



Role badatelsky orientované výuky matematiky v přípravě budoucích učitelů 1. stupně ZŠ

LIBUŠE SAMKOVÁ, ALENA HOŠPESOVÁ, MARIE TICHÁ

Abstrakt: *Cíle* – Předkládaná empirická studie se zaměřuje na otázky související s implementací badatelsky orientované výuky matematiky do pregraduálního vzdělávání učitelů.

Metody – Základem výzkumného šetření bylo dvouleté experimentální vyučování kurzů matematiky a didaktiky matematiky pro studenty magisterského oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ. Data pořízená během seminářů náležejících ke kurzům a během výstupů studentů v rámci praxí byla zpracována kvalitativně, s využitím otevřeného kódování, konstantní komparace a tematického kódování. Analýza se soustředila na sledování změn ve znalostech matematického obsahu, sledování změn v postojích k matematice a matematickému vzdělávání a na sledování znaků badatelsky orientovaného vyučování ve videozáznamech z praxí.

Výsledky – Data získaná během kurzu matematiky odhalila několik pozitivních změn ve znalostech matematického obsahu (např. v přístupu studentů k argumentaci) a v postojích k matematice. Data získaná během kurzu didaktiky a praxí ukazují, že přes svoji zkušenost s badatelsky orientovanou výukou si většina studentů ponechala své představy o převážně transmisivním charakteru výuky matematiky: při praxi nepodporovali diskusi ve třídě, nebyli otevření k neočekávaným vstupům do diskuse, nedostatečně reagovali na podněty žáků. Výsledky výzkumu ilustrují dvě případové studie: studentka s přístupem typickým pro sledovaný vzorek a studentka, jejíž vystoupení lze jako jedno z mála považovat za úspěšný začátečnický pokus o realizaci badatelsky orientovaného vyučování.

Závěry – Ukázalo se, že v případě budoucích učitelů je posun od transmisivního k badatelsky orientovanému chápání výuky matematiky komplexnější záležitostí a že dvouletá aktivní účast v badatelsky orientovaných kurzech nebyla u většiny studentů dostatečným impulzem pro takový posun. Výsledky však naznačují, že některé dílčí kroky tohoto posunu proběhly.

Klíčová slova: badatelsky orientovaná výuka, příprava budoucích učitelů, matematika, 1. stupeň ZŠ, experimentální výuka, kvalitativní výzkum.

ÚVOD

S tím, jak roste význam matematiky v současném životě,¹ roste i význam a po-

třeba funkční matematické gramotnosti. Potvrzuje se, že klíčem k hlubším znalostem žáků je zvýšení kompetencí jejich učitelů. Proto se zabýváme hledáním cest,

¹ Viz např. programové prohlášení výboru International Commission for the Study and Improvement of Mathematics Teaching *Manifesto 2000*, které mluví o „matematizaci společnosti“ (<http://www.cieam.org/?q=system/files/cieam-manifest2000-e.pdf>).



jak utvářet a kultivovat znalosti a dovednosti, které učitel potřebuje k vykonávání své profese.

V posledních letech je v celosvětovém měřítku věnována poměrně velká pozornost badatelsky orientované výuce přírodovědných předmětů a matematiky. Proto jsme se rozhodly věnovat se studiu otázek souvisejících s implementací tohoto přístupu do přípravného vzdělávání učitelů. Konkrétně jsme se zaměřily na přípravné vzdělávání učitelů 1. stupně ZŠ.

Vliv badatelsky orientované výuky matematiky na žáky a studenty zkoumalo již mnoho studií; poměrně obsáhlý přehled podávají např. Bruderová a Prescottová (2013), ale žádná z jimi uváděných studií se nezabývá rolí badatelsky orientované výuky v přípravě budoucích učitelů. Do českého vzdělávacího prostředí proniklo i několik evropských výzkumných projektů zaměřených na šíření badatelsky orientované výuky; nejprve jen přírodovědné (S-TEAM, ESTABLISH, PRI-SCI-NET, PROFILES), později i matematické (FIBONACCI, ASSIST-ME, MaSciL). Avšak tyto projekty se věnovaly hlavně dalšímu vzdělávání učitelů v praxi. Námi předkládaná studie je tak ojedinělá svým zaměřením na možnosti badatelsky orientované výuky v pregraduálním vzdělávání učitelů.

Podmínkami a omezeními, jež mají vliv na šíření badatelsky orientované výuky, se ve své studii zabývají Dorier a García (2013). Ti jako jedno z možných omezení uvádějí i fakt, že učitelé sami bádání z pozice žáka nikdy nezažili. Rozhodly jsme se proto navodit situaci, kdy budoucí učitelé bádání z pozice žáků zažijí v rámci experimentálně

vedených univerzitních kurzů, a tuto situaci zkoumat. Hned v úvodu bychom rády zdůraznily, že účelem našeho experimentálního vyučování nebylo trénovat budoucí učitele k výuce v badatelsky orientovaném stylu, nýbrž poskytnout jim možnost zažít badatelsky orientovanou výuku z pozice žáka (studenta).

Předkládaná empirická studie je součástí výzkumného projektu podporovaného GA ČR *Zkvalitňování znalostí matematického obsahu u budoucích učitelů 1. stupně prostřednictvím badatelsky orientované výuky*, který je řešen na Pedagogické fakultě Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích. Cílem výzkumu je implementovat prvky badatelsky orientovaného vyučování do povinných univerzitních kurzů matematiky a didaktiky matematiky pro budoucí prvostupňové učitele a sledovat, jaký vliv má aktivní účast studentů v těchto kurzech na jejich znalosti.

Předchozí dílčí studie našeho výzkumného projektu zaznamenaly pozitivní vliv kurzů na znalosti matematického obsahu a na postoje k matematice (Samková & Tichá, 2016a, 2016b, 2016c). Cílem této studie je zjistit, zda se dvouleté systematické uplatňování badatelsky orientovaného přístupu projeví také v posunu od transmisivního k badatelsky orientovanému pojetí výuky v prvních výstupech studentů v rámci pedagogické praxe.

1. TEORETICKÁ VÝCHODISKA

1.1 Badatelsky orientovaná výuka

Nedávno vydaná *Encyklopedie matematického vzdělávání* představuje bada-



telsky orientované vzdělávání jako pedocentrické paradigma přírodovědného a matematického vyučování, při kterém je žákům (či studentům) nabídnuta možnost pracovat podobným způsobem, jako pracují odborní vědečtí pracovníci. Žáci při badatelsky orientované výuce pozorují rozličné přírodovědné nebo matematické jevy, kladou si otázky s jevy související, hledají cesty vedoucí k odpovědím na tyto otázky, posuzují a hodnotí nalezená řešení, dávají je do vztahu s pozorovanými jevy a s položenými otázkami, diskutují své postupy a výsledky s ostatními žáky (Dorier & Maaß, 2014). Při badatelsky orientované výuce matematiky mohou žáci znovuobjevovat školskou matematiku nebo řešit aplikační problémy související s každodenní realitou. V jistém smyslu je tak badatelsky orientovaná výuka matematiky propedeutikou teoretické i aplikované matematiky.

Ačkoli se badatelsky orientovaná výuka jeví jako relativně nový pojem, teoretické rámce založené na podobných myšlenkách se objevovaly už dlouho před ním. Pedagogický základ badatelsky orientované výuky bývá zpravidla připisován americkému filozofovi a pedagogovi Johnu Deweyovi (1938) a jím zavedenému pojmu *bádání* (angl. *inquiry*). Podle Deweye je *bádání* „kontrolovanou nebo řízenou transformací neurčité situace v situaci, která je určitá do té míry, nakolik to vyžaduje zařazení prvků původní situace do nějakého jednotného celku“ (1938, s. 104–105, vlastní překlad).

Abyste při řešení úlohy mohlo uskutecnit *bádání*, měla by úloha obsahovat

něco pro řešitele neznámého, co je vnímáno jako podnětné nebo zajímavé, a zároveň by řešitel měl mít možnost k této neznámé části přistupovat prostřednictvím věcí již známých. Znamé věci umožňují řešiteli vyvozovat domněnky a úsudky a jejich prostřednictvím hledat cestu k řešení úlohy.

Podle míry samostatnosti žáků při badatelských aktivitách bývá *bádání* rozděleno do několika úrovní (různé typy rozdělení viz např. Fradd a kol., 2001; Bruder & Prescott, 2013), jedno z možných rozdělení uvádí i Stuchlíková (2010, s. 132) podle Eastwella (2009):

- potvrzující *bádání* – otázka i postup jsou žákům poskytnuty, výsledky jsou známy, jde o to je vlastní praxí ověřit;
- strukturované *bádání* – otázku i možný postup sděluje učitel, žáci na tomto základě formulují vysvětlení studovaného jevu;
- nasměrované *bádání* – učitel dává výzkumnou otázku, žáci vytvářejí metodický postup a realizují jej;
- otevřené *bádání* – žáci si sami kladou otázku, promýšlejí postup, provádějí výzkum a formulují výsledky.

V matematickém vzdělávání má podobný myšlenkový základ jako badatelsky orientovaná výuka například učení řešením úloh a problémů (Pólya, 1945; u nás Vyšín, 1972; Kuřina, 1976), učení se objevováním (Bruner, 1965), genetický styl vyučování, řízené objevování a znovuobjevování (Freudenthal, 1973; Wittmann, 1974; u nás Vyšín, 1976). V sedmdesátých letech 20. století byl genetický styl vyučování využíván při výuce na pokus-



ných školách Kabinetu pro modernizaci vyučování matematice MÚ ČSAV (Vyšín, 1979; Tichá, 2013). Tyto hlavní směry se pak promítají do různých dalších teoretických rámců, např. realistického matematického vzdělávání, teorie didaktických situací, projektových metod, podnětných výukových prostředí, budování schémat, uchopování situací apod.

Z Deweyových myšlenek doplněných o Piagetovy úvahy vychází také kognitivní konstruktivismus, jenž se s badatelsky orientovanou výukou shoduje v pohledu na roli žáka jako naivního vědce a učitele jako facilitátora (Kalhous, Obst a kol., 2009). Z našeho pohledu je možno chápat badatelsky orientovanou výuku jako jednu z cest uplatňování konstruktivistického přístupu.

Více podrobností o původu a zdrojích myšlenek badatelsky orientované výuky a o jejich souvislostech s výukou matematiky, včetně rozsáhlého souboru námětů úloh podněcujících bádání, lze nalézt v přehledové studii Samkové a kol. (2015).

1.2 Učitelovy znalosti

Úvahy o cestě k učitelské profesi zahrnují charakteristiky znalostí potřebných pro její vykonávání. Akceptovaným modelem je například Shulmanova poznatková báze učitelství (Shulman, 1986, 1987; český Janík, 2004; Slavík & Janík, 2005), která znalosti dělí do sedmi kategorií. S obsahem vzdělávání jsou svázány tři kategorie: znalosti vědních a jiných obsahů (znalosti obsahu), didaktické znalosti obsahu a znalosti kurikula. Zbylé

čtyři kategorie jsou obecné povahy: obecné pedagogické znalosti, znalosti o žákovi a jeho charakteristikách, znalosti o kontextech vzdělávání, znalosti o cílech, smyslu a hodnotách vzdělávání.

V naší studii se věnujeme znalostem obsahu a didaktickým znalostem obsahu. Znalosti obsahu jsou vymezeny jako znalosti, které (budoucí) učitel uplatní při svém vlastním studiu odborného předmětu (při čtení odborného textu, řešení odborného problému apod.). O didaktické znalosti obsahu se opírá, pokud učí někoho jiného. Jedná se např. o znalosti žákových koncepcí a miskoncepcí určitého učiva v rámci vyučovacího předmětu, znalosti vztahující se k možnostem a mezím žákovy porozumění, znalosti výukových strategií a reprezentací pro vyučování určitého učiva (více o didaktických znalostech obsahu např. in Janík a kol., 2007; Kuřina, 2012).

2. METODOLOGIE VÝZKUMNÉHO ŠETŘENÍ

2.1 Cíle empirického šetření

Jak již bylo řečeno, za jednu z příčin, která brání rozšíření badatelsky orientované výuky, bývá považováno to, že učitelé nezažili tento přístup ve svém vlastním vzdělávání. V rámci výzkumného projektu, jehož je tato studie součástí, jsme koncipovaly dvouleté experimentální vyučování, při němž byl vytvořen prostor pro to, aby studenti některé poznatky sami objevili. Získaná data analyzujeme z různých pohledů. Tato studie se zaměřuje



na to, jak se v různých pracích studentů (písemná řešení úloh, reflexí vyučování, výstupy na praxi atd.) projevují jejich znalosti matematického obsahu a postupně vytváření didaktických znalostí obsahu.

2.2 Účastníci

Účastníky výzkumného šetření byli všichni studenti jednoho studijního ročníku pětiletého magisterského oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ. Výzkumné šetření trvalo dva roky, od října 2014 do června 2016. Na začátku výzkumného šetření byli všichni jeho účastníci studenti druhého ročníku. Původně se výzkumu účastnilo 35 studentů, ale někteří z nich studium předčasně ukončili nebo přerušili. Celý výzkum tak absolvovalo 29 studentů.

2.3 Experimentální vyučování

Základem výzkumného šetření bylo experimentální vyučování výše uvedených studentů učitelství. Pro potřeby výzkumu byly vybrány matematické kurzy z druhého a třetího ročníku, které jsou zaměřeny na to, aby studenti získali znalosti obsahu a didaktické znalosti obsahu potřebné pro učitele na 1. stupni základního vzdělávání. Z povinných kurzů se jednalo o dvousemestrální kurz aritmetiky a dvousemestrální kurz didaktiky matematiky, každý s časovou dotací 3 hodiny týdně (1 hodina přednášky + 2 hodiny semináře). Na se-

mináře byli studenti rozvrhově rozděleni do dvou skupin. Celkem tedy bylo realizováno více než 250 vyučovacích hodin. První autorka tohoto příspěvku vedla celý kurz aritmetiky, druhá autorka celý kurz didaktiky matematiky.

Vybrané kurzy byly upraveny tak, aby byl vytvořen prostor pro badatelsky orientované vyučování.

Na přednáškách kurzu aritmetiky byla představována nezbytná vymezení pojmů, na seminářích byly realizovány badatelské aktivity. Většinou se jednalo o nasměrované bádání, kdy učitel představí studentům otázku nebo problém k vyřešení a studenti musí sami navrhnout vhodný postup řešení a zrealizovat jej. Tuto úroveň bádání upřednostňujeme, neboť obecně vykazuje největší pozitivní vliv nejen na procesualní, ale i na obsahové znalosti studentů (viz Bruder & Prescott, 2013).²

Z hlediska obecného obsahového cíle lze uskutečňované badatelské aktivity rozřídít následovně:

- aktivity uplatňující zcela nedávno nabyté poznatky v nových (neznámých) kontextech, např. objevování neznámých metod řešení;
- aktivity nabízející nový pohled na dříve probíraná a studenty již osvojená témata: propojení témat s jejich praktickými aplikacemi, sloučení více různých témat do jedné úlohy apod.;
- aktivity připravující na zcela nové téma (v takovém případě seminář předcházeli přednášce s výkladem daného tématu);

² V rámci sběru a analýzy dat pro projekt PISA bylo v přírodovědných předmětech provedeno rozsáhlé porovnání žáků vystavených dlouhodobě různým úrovním badatelsky orientovaného vyučování. I zde bylo jako nejúspěšnější vyhodnoceno nasměrované bádání (Jiang & McComas, 2015).



- aktivity aktuálně reagující na nějakou obtíž, se kterou se studenti nebyli schopni vypořádat.

Studentům byly pravidelně předkládány k řešení

- tzv. otevřené úlohy, tedy úlohy, u kterých existuje více způsobů jak úlohu uchopit, více způsobů jak úlohu řešit, více různých výsledků řešení (někdy i s nejasnou klasifikací), např. *Celodenní jízdenka na MHD stojí 110 Kč, 90minutová 32 Kč, 30minutová 24 Kč. Kolik kterých jízdenek si mám koupit na víkendový pobyt?* (podobné úlohy viz Koman & Tichá, 1995, 1996a, 1996b, 1997);
- úlohy vyžadující hledání souvislosti a zobecňování, např. *Z kartiček s číslicemi 1, 3, 6 a 8 poskládej dvě dvouciferná čísla. Najdi taková, aby jejich součet byl co nejmenší. Jak bys obecně popsal postup, který vede k nalezení těchto čísel?*
- úlohy, u kterých byly průběžně měněny vstupní a/nebo výstupní parametry, např. *Co se změní, když na jedné z kartiček bude 0? Najdi dvě dvouciferná čísla taková, aby jejich součin byl co největší* (podobné úlohy viz Samková, 2016b).

Tyto úlohy studenti nejprve řešili samostatně nebo v malých skupinkách, při následných diskusích celé skupiny si pak navzájem představovali své alternativní přístupy a hledali mezi nimi souvislosti. V některých případech předcházely společné diskuse blok s diferencovanými aktivitami, připravenými a odstupňovanými podle individuálních studentských řešení.

Podrobný popis úprav kurzu aritmetiky s konkrétními ukázkami badatelských aktivit je zpracován v příspěvku Samkové

(2016a), souhrnný přehled typů úloh podněcujících bádání z hlediska jejich struktury nabízí studie Samkové a kol. (2015).

V kurzu didaktiky matematiky probíhaly přednášky standardně; byly zde představovány různé možné přístupy k matematickému učivu 1. stupně ZŠ. V seminářích byl vytvořen prostor pro badatelsky orientované aktivity studentů. Postupovalo se obvykle v následujících krocích:

1. Studenti řešili individuálně nebo ve skupinách úlohu pro žáky, která umožňovala bádání žáků a jejíž řešení bylo založeno na důležitém poznatku z prvostupňové matematiky. Jako příklad je možné uvést součtové trojúhelníky (podrobněji in Hošpesová, 2014).
2. Po vyřešení úlohy prodiskutovali studenti různá řešení a provedli didaktickou analýzu úlohy (určovali cíl zařazení úlohy do výuky, možná didaktická rozpracování, kritické body řešení a možnou pomoc učitele, možné modely, které by mohly napomoci řešení, apod.).
3. Studenti vytvářeli další úlohy v daném prostředí a diskutovali možnosti jejich využití.

V rámci kurzu didaktiky byla věnována pozornost i přípravě na praktické výstupy studentů ve školách, které probíhaly souběžně s druhou polovinou kurzu. Byla diskutována příprava na vyučování a možné přístupy k ní, studenti zpracovávali přípravy na fiktivní hodiny s vybraným tématem.

Před vlastními praktickými výstupy nabídla vyučující didaktického kurzu studentům pomoc při přípravě na hodi-



nu. Cíl hodiny byl ale stanoven učitelkou cvičné školy, u které byla praxe realizována. Stejně tak s učitelkou byla konzultována příprava studenta na vyučování.

2.4 Sběr a analýza dat

Během seminářů a konzultací náležejících k experimentálním kurzům byla kontinuálně sbírána data od jednotlivých studentů i skupin: vyplněné pracovní listy, záznamy postupů řešení, písemky, reflexe, vyplněné dotazníky, seminární práce, písemné záznamy rozhovorů, skupinové prezentace řešení problémů, terénní poznámky vyučujících kurzů apod.

Povinnou součástí třetího ročníku studia byla vystoupení studentů v rámci průběžných pedagogických praxí; z vystoupení při hodinách matematiky byly pořízeny videozáznamy. Tyto videozáznamy byly společně reflektovány s vyučující didaktického kurzu. Při reflexi si vyučující počítala terénní poznámky.

Data byla zpracovávána kvalitativně, s využitím otevřeného kódování, konstantní komparace a tematického kódování (Švaříček, Šedová a kol., 2014; Gavora, 2010).

Analýza dat se soustředila na tři hlavní směry:

- sledování změn ve znalostech matematického obsahu;
- sledování změn v postojích k matematice a matematickému vzdělávání;
- sledování znaků badatelsky orientovaného vyučování ve videozáznamech z praxí.

Na základě této analýzy jsme každému studentovi vytvořily portfolio, které podá-

vá plastický obraz studentových znalostí, postojů a dovedností uplatnit své znalosti při vlastní výuce. K ilustraci výsledků výzkumu představíme ukázky (výpisy) z dvou z těchto portfolií.

Východiskem zpracování dat bylo otevřené kódování písemných záznamů řešení úloh (vzniklých při badatelských aktivitách studentů i při hodnotících písemných kontrolních pracích). Kódy vyjadřovaly přístup studentů k řešení úlohy tak, jak se jevil vyučující. Takto vzniklé kódy byly seskupeny do kategorií: řešení pokusem a omylem, řešení řízeným pokusem, řešení opírající se o znalost postupů (převažující procedurální znalost ve smyslu používaném Starem, 2005), řešení ukazující na chápání souvislostí (jinak řečeno konceptuální znalost, tamtéž). Také byla odlišena správná řešení podpořená adekvátními deduktivními argumenty, správná řešení ověřená několika konkrétními případy, nesprávná řešení. V některých případech měla vyučující možnost zeptat se studentů, jak k řešení dospěli, a potvrdit tak oprávněnost použití daného kódu. V případech, kdy tuto možnost neměla, hledaly jsme potvrzení v řešeních podobných úloh.

V didaktických kurzech byly zdrojem dat i úlohy vytvořené studenty během seminářů a v rámci seminárních prací. Za úkol bylo tvořit úlohy k danému výpočtu, úlohy v určitém podnětném výukovém prostředí nebo úlohy dané strukturou (viz Tichá & Hošpesová, 2010, 2014). Tyto úlohy byly kódovány jak z hlediska požadavků na jejich vytvoření (kategorie znalost matematického obsahu, znalost



alternativních postupů, znalost obvyklých žákovských miskoncepcí aj.), tak z hlediska možnosti jejich využití ve třídě (kategorie podpora diskuse ve třídě, ověřování znalostí žáků aj.).

Při analýze rozhovorů a písemných reflexí po kurzu aritmetiky se kódy týkaly převážně přesvědčení studentů o tom, jak chápali/chápeou matematiku: matematika jsou poučky, matematice jsem nerozuměl(a), matematice nerozumím, pozitivní hodnocení bádání, negativní hodnocení bádání apod. Jiné kódy a kategorie vznikly při analýze reflexí kurzu didaktiky matematiky, zde se převaha výpovědí dala kódovat pomocí následujících kódů: znalosti potřebné pro učitele, požadavek na metodiky, obavy z praxe.

Z vyučovacích hodin některých studentů byly pořízeny videozáznamy. Průběh hodiny byl pak kódován zejména z pohledu kognitivní náročnosti úloh, výzev a otázek, které vyučující student kladl žákům; zde byla jako základ kódování použita taxonomie učebních úloh podle Tollingerové (1971). Dále jsme ve videozáznamech sledovaly znaky badatelsky orientovaného vyučování podle Doriera a Maašové (2014), tedy jestli a jakým způsobem:

- vyučující student vytváří vhodné prostředí, vychází z návrhů žáků, podporuje žáky, propojuje individuální zkušenosti žáků;
- žáci formulují otázky, angažují se, objevují, vysvětlují, aplikují, hodnotí.

V neposlední řadě jsme věnovaly pozornost výukové komunikaci vyučujících studentů se žáky, jako základ kódování

jsme použily typologii výukové komunikace podle Brendefura a Frykholma (2000).

3. VÝSLEDKY VÝZKUMNÉHO ŠETŘENÍ

Pro lepší srozumitelnost prezentovaných výsledků nejprve stručně uvedeme přehled dílčích výsledků z předchozích studií patřících ke stejnému projektu. Tyto studie již byly publikovány, podrobné výsledky lze nalézt v příslušných publikacích. Poté zmíníme naše postřehy z pozorování videozáznamů vyučovacích hodin realizovaných studenty a představíme dvě portfolia – vybrané případové studie.

3.1 Kurz aritmetiky

Analýza dat získaných od studentů během kurzu aritmetiky odhalila několik pozitivních změn v jejich znalostech matematického obsahu a v jejich postojích k matematice.

Indikovaly jsme změny v přístupu studentů k argumentaci. Z pohledu typologie důkazových schémat Harela a Sowdera (2007) došlo k posunu od empirických schémat (několik jednotlivých příkladů, příklady s velkými čísly apod.) ke schématům deduktivním (založeným na předvídání výsledků operací s objekty a na logických souvislostech mezi jednotlivými součástmi odůvodňovaného tvrzení), konkrétně od induktivních schémat ke schématům transformačním. Zaznamenaly jsme také lepší pochopení role



protipříkladů a jejich efektivnější využívání. Zatímco v úvodu kurzu téměř všichni studenti jako odůvodnění platnosti obecných tvrzení uváděli několik (náhodně zvolených) konkrétních příkladů a jako odůvodnění neplatnosti obecných tvrzení uváděli několik konkrétních protipříkladů (zpravidla více než jeden), na konci kurzu jsme podobné tendence zaznamenaly pouze u několika málo jedinců. Mísoto toho studenti jako odůvodnění platnosti obecných tvrzení nabízeli generické příklady (příklady reprezentující hlavní znaky celé třídy případů; Balacheff, 1988) a více či méně úspěšné pokusy o deduktivní argumenty. Jako odůvodnění neplatnosti obecných tvrzení nabízeli jediný protipříklad nebo deduktivní argumenty. Podrobně viz Samková & Tichá, 2016a, 2016d.

Na základě výpovědí studentů, které jsme získaly ve formě písemné sebereflexe na konci kurzu, můžeme také ukázat, jak studenti vnímali badatelsky orientované vyučování. Výpovědi byly většinou pozitivní, např.:

„Moc se mi líbilo, že jsme si některé postupy ověřovali, proč vlastně jsou. „Nutila“ jste nás o tom přemýšlet. Osobně mě tento rok matematika překvapila, jak umí být zajímavá.“

„Výhody jsou, že studenti nemají žádnou propast mezi vlastními vědomostmi a novou látkou.“

„Žáci si musí sami najít cíl a záměr hodiny. Učí se formou praxe. Věci si osahají, vyzkouší, porovnají a pracují s nimi dále. Učitel žáky nasměruje a pomáhá dosáhnout správného výsledku třeba vhodnými radami apod. Žáci objevují. Tímto způsobem si myslím, že

se děti naučí a látku si zapamatují lépe než z pouhého výkladu.“

„Při badatelsky orientovaném vyučování nedostanou žáci nové vědomosti přímo, ale musejí k nim pomoci různých indicií přijít sami... Výhoda je i v tom, že se zde matematika propojovala s praxí.“

Podle nás tato vyjádření dokladují změny v postojích k matematice a k matematickému vyučování. Nejčastěji se v reflexích opakoval názor, že pokud si studenti/žáci sami něco objeví, lépe se jim to pamatuje, a že při objevování se vynořují nové souvislosti:

„Učitel děti pouze směřuje, ale na výsledek si děti musí přijít samy. To je podle mě dobře, protože když si na něco přijde člověk sám, tak to podporuje jeho myšlení a více si toho zapamatuje.“

„Při badatelsky orientovaném vyučování se žáci snaží přijít na kloub pomocí vlastního myšlení. Často díky tomu přijdou na plno nových věcí a dojde jim plno souvislostí.“

Někteří studenti poukázali na roli gradovaných úloh:

„Tento styl výuky se mi líbil hlavně kvůli jednoduchému vysvětlování úloh od nejlehčí po nejtěžší.“

„Myslím si, že smyslem badatelského vyučování je, aby sami žáci z největší části přišli na řešení nebo postup; že jsou cvičení nebo úkoly za sebou řazeny tak, aby samy navedly žáka k řešení.“

Ve výpovědích je také možné zaznamenat probíhající změny v názoru, že matematika je založena na memorování vzorečků a postupů. Některí studenti v sebereflexích oceňovali (nebo považovali za zajímavé), že při cvičeních jim bylo umožněno sledovat, jak různí účastníci

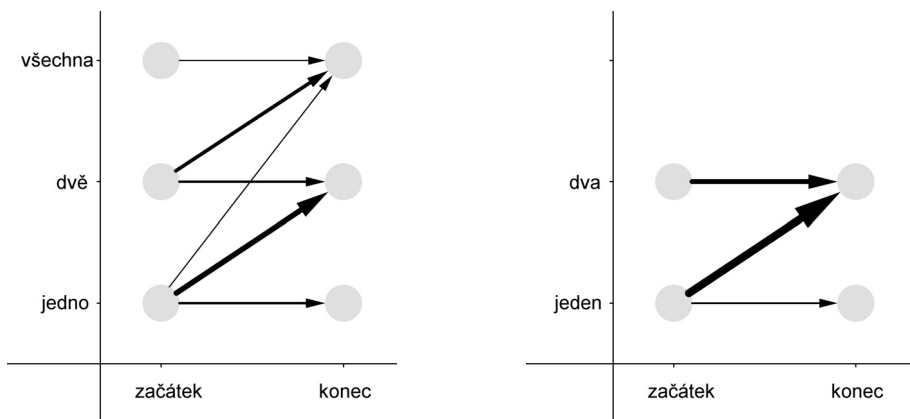
kurzu řeší stejné problémy odlišně a jak se mezi nimi mohou vyskytnout různé názory na stejnou věc (přístup, metodu řešení):

„Je zajímavé vidět, jak každý z nás vidí různé situace jinak, nebo stejně, ale pomocí jiného postupu. Bylo zajímavé i to, že se můžeme srovnávat mezi sebou.“

„Docela mi to vyhovovalo, vyzkoušeli jsme si různé metody, jak to jde i jinak (cvičení s možnostmi výsledků)... Na střední škole to bylo otrocké biflování teorie a příkladů, protože pan učitel pustil prezentaci a řekl, že takhle se to počítá, a tak to budeme dělat i my. Nehledal jiné postupy pro někoho, kdo v tom ‚plaval‘. Badatelská matematika je podle mě hledání nových postupů, odůvodňování chybných výsledků a přicházení na to, proč si někdo zvolil zrovna tento postup, špatný či správný.“

Tyto výpovědi naznačují možný probíhající posun studentů směrem k otevřenému přístupu k matematice – přístupu, jež uznává a podporuje více možností uchopení daného problému, více možných postupů řešení a více správných řešení.

Protože otevřený přístup k matematice je jedním z klíčových pilířů badatelsky orientované výuky, věnovaly jsme se tomuto tématu i z jiného pohledu. Na začátku a na konci kurzu byly studentům předloženy také pracovní listy zaměřené na míru otevřenosti přístupu k matematice. Tyto listy obsahovaly problémové úlohy s více řešeními a s více možnostmi zápisu jednotlivých řešení. Rozbor studentských řešení ukázal, že po absolvování kurzu se studenti nespokojovali s nalezením pouze jednoho



Obr. 1. Posuny v míře otevřenosti přístupu k matematice z pohledu studentů na začátku a na konci kurzu aritmetiky; posuny jsou znázorněny šipkami – čím širší šipka, tím více studentů, u kterých byl daný posun zaznamenán. Posuny v počtu hledaných řešení (vlevo), posuny v počtu akceptovaných zápisů (vpravo)



řešení předloženého problému; snažili se hledat další řešení, někteří hledali všechna řešení a ověřovali, že žádná jiná neexistují. Také bylo pozorováno, že studenti ve větší míře akceptovali různé formy zápisu konkrétního řešení. Výsledky analýzy na toto téma znázorňuje diagram na obr. 1, další podrobnosti (např. konkrétní znění pracovních listů, znaky otevřeného přístupu v úlohách vytvořených studenty) lze nalézt ve studii Samková & Tichá, 2016c. Analýza sebereflexí byla tématem výzkumné zprávy Samková & Tichá, 2016b.

3.2 Kurz didaktiky matematiky

V didaktickém kurzu se studenti zúčastňovali badatelsky zaměřených aktivit ochotně a byli v nich vcelku úspěšní. Při reflexi po první polovině kurzu se ale ukázalo, že někteří z nich s průběhem nebyli spokojeni, protože očekávali, že na tomto kurzu budou seznamováni s metodickými návody, jak učit matematiku. To vyjádřila jedna ze studentek slovy:

„Od tohoto předmětu jsem očekávala úplně něco jiného. Počítala jsem s tím, že se zde naučíme, jak děti naučit násobit, dělit atd. Vadí mi úlohy, které řešíme, které zabírají čas... Myslím, že by se měl seminář a cvičení ubírat jinými tématy.“

Z analýzy ostatních komentářů vyplývá, že studenti si přes svoji pozitivní zkušenost s badatelsky orientovanou výukou v kurzu aritmetiky ponechali své představy o převážně transmisivním charakteru výuky matematiky. Řešení a tvoření úloh nepovažovali za aktivitu, která by je vedla k hlubšímu pochopení toho, co mají učit a jak to mají učit:

„Pod tímto předmětem bych si spíše představila, jak žáky naučit danou látku a hlavně v jakém ročníku. Ale bohužel celý semestr byl o badatelsky orientované výuce.“

„Vadí mi řešení úloh, které zabírají čas, a někdy nevidím návaznost na téma přednášky.“

Rozpor mezi zájmem, který v kurzu didaktiky studenti projevovali, a jeho negativním hodnocením si vysvětlujeme obavami, které studenti mají z praxe; obavami, že nemají dostatečný přehled o tom, co mohou ve třídě očekávat, že možná nemají znalosti na potřebné úrovni (tyto obavy se vyskytovaly i u studentů, kteří byli při řešení badatelských úloh úspěšní):

„Řešili jsme úlohu, která nám připadala obtížná (součtové pyramidy), a pak jsme se dozvěděli, že je pro 3. třídu!“

Zdá se, že absolvování badatelsky orientovaného kurzu aritmetiky je upozornilo na pro některé neočekávanou nejednoznačnost matematiky (na existenci různých přístupů k problémům, různých správných a nesprávných postupů řešení, výsledků apod.) a že tato nejednoznačnost jim vadí. Nejsou si jisti, zda budou během praxe schopni adekvátně reagovat a posoudit správnost žákovského řešení, které se liší od jimi předpokládaného:

„Některá řešení žáků si nedovedu představit a obávám se, že je při hodině nedokážu hodnotit.“

Vypadá to, že po vlastních zkušenostech z badatelsky orientovaných aktivit se studenti více obávají možných nejasností a neurčitostí v žákovských odpovědích a snaží se jim vyhnout. Odklánějí se tak od badatelsky orientovaného vyučování a konstruktivismu k instruktivistickým



přístupům. Přes zjevný zájem o badatelsky zaměřený přístup k výuce matematiky a radost, kterou jim tento přístup přinášel v kurzu aritmetiky, by tak ve své didaktické přípravě dávali přednost pro ně bezpečnějšímu transmisivnímu přístupu.

3.3 Vliv zkušeností s badáním na první výstupy v praxi

Žádný ze sledovaných studentů nenaplánoval pro svůj praktický výstup úlohu, která by vedla k nasměrovanému badání, ale na některých místech bylo možné prvky badání pozorovat: žákům bylo předloženo podnětné prostředí, aplikační úlohy k řešení, byli vyzváni k zamyšlení (např. otázkou „Jak si můžete výpočet usnadnit?“), bylo po nich požadováno zdůvodnění postupu řešení, mohli prezentovat různá řešení na tabuli, měli možnost vést diskusi se spolužáky při práci ve skupinkách.

Zabývaly jsme se následně hlubší analýzou výukové komunikace vyučujících studentů se žáky (jakou povahu měly jejich promluvy, jaké typy otázek kladli, jak řídili dialog se žáky, jak reagovali na žákovské odpovědi a otázky). Převážná většina studentských promluv měla charakter jednosměrné komunikace, která je pro budoucí učitele typická (*uni-directional communication*, Brendefur & Frykholm, 2000). Studenti vysvětlovali, konstatovali, dávali pokyny k práci žáků. Otázky, které vyučující studenti kladli, požadovaly jednoslovné odpovědi (ano/ne, číselný údaj), které nebylo nutné hodnotit. Vyučující

studenti málo požadovali po žácích, aby navrhli postup řešení úlohy, vysvětlili jej, zdůvodnili, a to i v případech, kdy situace po takovém přístupu volala. V případech, že úloha dávala prostor pro různé postupy řešení, vyučující studenti sami formulovali návod, jak úlohu řešit, nebo vyžadovali od žáků jeden konkrétní postup (všechny ostatní správné postupy byly odmítnuty). Pokud se objevila chyba žáka, která vytvořila možnost dát žákům prostor pro vlastní vysvětlení, vyučující studenti vysvětlili podstatu chyby sami.

Tyto výsledky se podstatně liší od výsledků analýzy komunikace ve třídě (v různých předmětech), kterou provedli a publikovali Šedová, Švaříček a Šalamounová (2012). Musíme ale brát v úvahu, že v našem případě se jednalo o první praktické výstupy studentů a že u studentů převážilo soustředění se na svůj výkon, což pozorovali v případových studiích i výše zmínění Brendefur a Frykholm (2000).

Zástupkyní výše uvedeného většinyového přístupu založeného na jednosměrné komunikaci byla i studentka Šárka,³ u které jsme navíc objevily výrazný rozdíl mezi přístupem k badatelským aktivitám v rámci kurzu aritmetiky na straně jedné a v rámci kurzu didaktiky matematiky a praxe na straně druhé. Vybraly jsme ji proto pro první případovou studii.

Jednou z mála výraznějších výjimek v přístupu ke komunikaci s žáky byla studentka Milena, kterou jsme vybraly pro druhou případovou studii.

³ Používáme pseudonymy.



3.4 Případová studie – Šárka

Studentka Šárka je absolventkou gymnázia.

Při řešení úloh v kurzu aritmetiky projevovala znalosti matematického obsahu, které jsme vyhodnotily jako odpovídající, dostatečné pro výuku matematiky na 1. stupni základního vzdělávání.

Správně řešila úlohy vyžadující logické usuzování, hledání souvislostí, zobecnování, např. dokázala sama odvodit kritérium sudosti v nedesítkových číselných soustavách o sudém i o lichém základu. Při ověřování získaných výsledků účelně využívala protipříklady. Občas však použila neobratné či nekorektní zdůvodnění, např. jako odpověď na otázku „Je součet prvočísel vždy prvočíslo?“ odpověděla záporně a jako odpověď na výzvu „Svou odpověď zdůvodni!“ uvedla domněnku „Součtem dvou prvočísel vznikne nějaké vyšší číslo, které s velkou pravděpodobností půjde dělit jinými čísly.“ Tuto domněnku se nepokusila ověřit a neuvědomila si, že v předloženém znění ji ani ověřit nelze.

Při řešení slovních úloh se správně orientovala v situacích, které úlohy popisovaly, často při řešení používala vizualizaci. Ze šesti slovních úloh, které byly studentům předloženy v písemkách, vyřešila zcela správně pět.⁴

Nedostatky jsme zaznamenaly v její práci s otevřenými úlohami o větším počtu řešení. U úloh s nabídkou odpovědí zpravidla vybírala všechny správné možnosti, ale u úloh bez nabídky odpovědí našla pouze jedno nebo dvě řešení a další se již nepokoušela hledat, ani se nesnažila zjistit, zda jsou nalezená řešení všechna. Na začátku kurzu aritmetiky hledala u úloh bez nabídky odpovědí vždy pouze jedno řešení, na konci kurzu obvykle dvě. Při seminářích často nedokončovala úlohy, jež vyžadují dlouhodobější systematickou práci.

Při řešení úkolů v rámci kurzu didaktiky Šárka patřila k neaktivnějším studentům. Úlohy v nabízených výukových prostředcích řešila správně; zejména projevovala vynalézavost v navrhování různých modelů podporujících porozumění žáků. Při tvoření úloh ale jen kopírovala vzorové úlohy. Nebyla schopná propracovaněji formulovat výukový cíl. Ani při přípravě simulované hodiny matematiky neplánovala hodinu s ohledem na stanovený cíl. Hodinu sestavila jako soubor nenavazujících aktivit řešených v pracovním sešitě, přerušovaný hrami na „odreagování“. Při rozboru žákovských řešení se omezila na konstatování chyby, nehledala její příčiny.

⁴ Např. úlohy „Edita a Jana si společně koupily knížku. Jana na ni dala 120 Kč, Edita 74 Kč. Kolik Kč musí ještě Edita doplatit Janě, aby se na nákupu podílely stejně?“, „V naší třídě je 12 dívek, což jsou 4/7 z počtu chlapců ve třídě. Kolik je v naší třídě dětí?“, „Zelinář přijel na dva dny na trh. V pondělí prodal 5/8 přivezených brambor, v úterý 1/3 ze zbytku. Kolik brambor neprodal?“. Šárka nedokázala vyřešit úlohu „Velkým čerpadlem by se vodní nádrž napustila za 7 dní, malým za 9. Velké čerpadlo se rozbilo a je třeba ho opravit, a tak první tři dny bude možné používat pouze malé čerpadlo. Od čtvrtého dne budou zapnuta obě čerpadla. Za jak dlouho se nádrž napustí?“



V sebereflexi po skončení kurzu aritmetiky sepsala vlastní charakteristiku badatelsky orientované výuky:

„Badatelská metoda je taková metoda, kdy vyučující na konci probírání látky nebo i v průběhu předloží žákům úlohu/úlohy, ne zcela standartní, které se počítají v hodinách, ale spíše takové, které žáka vedou k tomu, aby látku sám pochopil, vytvořil si vlastní cestu.“

Z pozice studenta se o badatelsky orientované výuce vyjadřovala pochvalně:

*„S touto metodou jsem se nikdy dříve nese-
tkala, ale přišla mi jako dobrý způsob utřídění
informací a pro posílení logického myšlení. Vy-
hovovalo mi, že jsme museli na dost věcí přijít
sami, sami jsme si je odvozovali nebo jsme je
museli vymýšlet a odvozovat, tudíž se nám lépe
vryly do paměti.“*

Projevila zájem používat badatelsky orientovanou výuku ve vlastní praxi:

*„Chtěla bych se alespoň pokusit tuto meto-
du využít, protože mi přijde dobrá nejen pro
žáky, ale také především jako zpětná vazba pro
vyučujícího o tom, jak žáci látce rozumí a jak
s ní umí pracovat.“*

Při svém výstupu v rámci průběžné praxe ale toto své přesvědčení nenaplnila, vystupovala zde způsobem, který je spíše v rozporu s principy badatelsky orientované výuky. Styl její výuky byl transmisivní, většinu komunikace ve třídě zastávala ona, žákům nedávala prostor pro vyjádření vlastního názoru. Mnohé její otázky předpokládaly ze strany žáků jen přitakání, často se ptala hromadně celé třídy. V situacích,

Tab. 1. Přepis z výukového bloku věnovaného řádovému počítadlu

Čas výuky	Přepis výuky
22:15	<p>U: Prý jste pracovali tady s počítadlem. Schválně, kdo by mi chtěl ukázat, jak se s ním počítá? Já jsem totiž... takové počítadlo ještě nikdy neviděla. Kdo to půjde zkusit? Tak Pepo, třeba.</p> <p>U: Tak třeba zkus, tak třeba dvanáct set. Tisíc dvě stě.</p> <p>U: Tak. Co si myslíte děti má to správně? (pošle žáka do lavice)</p> <p>U: Takže tady máte vlastně řády tisíců, stovek, desítek a jednotek (vždy ukazuje na počítadle příslušný řád). Říkám to správně, že ano?</p>
23:14	<p>U: No, tak teď už je to jasný, jak je to s počítadlem.</p>

Ž: (přijde k počítadlu)

Ž: Tisíc (přemístí dopředu jednu kuličku v řádu tisíců), dvě stě (přemístí dopředu dvě kuličky v řádu stovek)

T: Ano (sborově).

T: Ano (sborově).



kteří umožňovaly větší zapojení žáků do konstrukce matematických obsahů, sice žáky několikrát požádala o vysvětlení, ale pokaždé od nich příliš brzy převzala iniciativu a vysvětlení třídě prezentovala sama (jak je vidět z přiloženého přepisu v tab. 1).

V rámci hodiny nabídla Šárka k řešení podnětnou úlohu:

„Které je to číslo? Jestliže ho vynásobím třemi a přičtu číslo 2, dostanu 20.“

Tuto úlohu je možné řešit více způsoby, ale Šárka její potenciál nevyužila. Přestože sama při řešení obdobných úloh během kurzu aritmetiky vhodně využívala vizualizaci, své žáky k této možnosti nenasměrovala. Žákům vůbec nedala prostor na samostatné přemýšlení, neboť ihned po promítnutí zadání úlohy na interaktivní tabuli jim předložila podrobný návod na řešení:

„Já vám dám takovou radu, počítejte to odzadu, ale pozor, když už počítáme odzadu a převracíme to, tak budeme měnit znaménka.“

Žáci několik minut řešili úlohu ve skupinkách, poté ve třídě proběhla diskuse různých postupů řešení. Během diskuse Šárka nedostatečně reagovala na podněty žáků, a to jak pasivně (např. si nevšimla, že ona sama na tabuli znovu píše řešení, které tam chvíli předtím napsal jeden z žáků), tak i aktivně (např. zcela bez komentáře ponechala pěkné alternativní řešení, které nabídl jeden z žáků, a jeho výtvar z tabule okamžitě smazala).

Jak jsme již uvedly výše, takový jednostranný přístup ke komunikaci s žáky byl ve sledovaném vzorku typický.

3.5 Případová studie – Milena

Studentka Milena je stejně jako Šárka absolventkou gymnázia (ve sledovaném vzorku byla takových studentů většina).

Při řešení úloh v kurzu aritmetiky projevovala znalosti matematického obsahu, které jsme vyhodnotily jako odpovídající, dostatečné pro výuku matematiky na 1. stupni základního vzdělávání.

Správně řešila úlohy vyžadující logické usuzování, hledání souvislostí, zobecňování, např. dokázala sama odvodit kritérium sudosti v nedesítkových číselných soustavách o sudém i o lichém základu.

Při řešení slovních úloh se orientovala v situacích, které úlohy popisovaly, často při řešení výhodně využívala vizualizaci. Ze šesti slovních úloh, které byly studentům předloženy v písemkách, vyřešila zcela správně čtyři,⁵ u páté úlohy provedla správně rozbor a všechny výpočty, ale v závěru odpověděla na jinou otázku, než na jakou byla tázána.

Menší nedostatky jsme zaznamenaly v její práci s otevřenými úlohami o větším počtu řešení. U úloh s nabídkou odpovědí i u úloh bez nabídky odpovědí zpravidla našla dvě řešení a další se již nepokoušela hledat, ani se nesnažila zjistit, zda jsou na-

⁵ Např. úlohy „Edita a Jana si společně koupily knížku. Jana na ni dala 120 Kč, Edita 74 Kč. Kolik Kč musí ještě Edita doplatit Janě, aby se na nákupu podílely stejně?“; „Řidič z pekárny rozvážel upečené rohlíky natřikrát. Při první jízdě rozvezl 2/5 rohlíků, při druhé 2/5 ze zbytku. Na poslední jízdě mu zbylo 900 rohlíků. Kolik rohlíků rozvezl při první jízdě?“ Milena nedokázala vyřešit úlohu „Chovatel měl vloni 1/3 bílých králíků, ostatní šedivé. Letos 3 šedivé dal sousedovi a dostal za ně 3 bílé. Po této výměně stoupl podíl bílých králíků na 4/9. Kolik králíků má chovatel?“



lezená řešení všechna. Při seminářích obvykle nedokončovala úlohy, jež vyžadují dlouhodobější systematickou práci.

Na seminářích kurzu didaktiky Milena zpravidla řešila úlohy v nabízených výukových prostředích správně. Závěry z řešení úloh formulovala jasně a srozumitelně pro své spolužáky. Byla schopná vytvořit jednoznačně formulované úlohy v probíraných výukových prostředích. Aktivně se podílela na diskusích k didaktické analýze úloh (zadaných i vytvořených). Při rozboru žákovských řešení se snažila přijít na možné příčiny chyb, na chyby v argumentaci dokázala upozornit vhodně zvolenými protipříklady.

V sebereflexi po skončení kurzu aritmetiky Milena sepsala vlastní charakteristiku badatelsky orientovaného vyučování:

„Badatelské vyučování je podle mého názoru v podstatě vyučování, při kterém se různými formami snažíme logicky přijít na řešení daných úloh, bez pomoci nějakých vzorců (když už, tak aby byly logicky objasněné).“

Z pozice studenta se o badatelsky orientované výuce vyjadřovala pochvalně:

„Jako pozitivum vidím, že látka se při badatelském učení lépe zapamatuje – když si sami přijdeme na řešení, většinou nám utkví v paměti.“

Věnovala se i požadavkům, jež takové vyučování klade na učitele:

„U této formy výuky je důležité, aby učitel znal daný předmět (látku) do hloubky, všechny logické souvislosti a propojení, a tak to předával i dětem (aby to lépe pochopily) – to si myslím, že pro učitele není moc jednoduché. ... Vždy je ale důležitá dobrá příprava učitele a hlavně výborná znalost dané látky. ...

Výhody pro učitele – sám se neustále vzdělává a přichází na nové věci, uvědomuje si další souvislosti. Nevýhodou může být ta příprava (ta se ale může brát i jako výhoda).“

Její vystoupení v rámci průběžné práce lze považovat za úspěšný začátečnický pokus o realizaci badatelsky orientovaného vyučování. Komunikace ve třídě byla rovnoměrně rozdělena mezi Milenu a její žáky, Milena často pokládala otázku „Proč?“ a nechávala dětem dostatek času na zformulování odpovědi. Chybné odpovědi nechávala doznít a čekala, až je autor odpovědi či jeho spolužáci sami opraví.

Hodina byla vhodně sestavena strukturou i obsahově: prvních 15 minut bylo věnováno nácviku automatizace provádění početních spojů, zbytek hodiny tvořil blok věnovaný tématu převody jednotek hmotnosti. V úvodu tematického bloku Milena hledala s dětmi odpověď na otázky, co to je hmotnost a u čeho ji můžeme určovat, jaké děti znají jednotky hmotnosti a jak vypadají seřazené podle velikosti. Pak spolu diskutovaly nad schématem znázorňujícím vztahy mezi různými jednotkami hmotnosti, následně schéma děti využily při řešení úloh procvičujících převody jednotek. Na závěr Milena připravila pro děti úkol propojující naučenou látku s každodenní realitou: postupně promítala na tabuli obrázky zvířat a věcí, se kterými se děti běžně setkávají, a požádala děti, aby se ve skupinkách pokusily odhadnout, kolik co váží. Obrázky byly vhodně vybrány napříč celou škálou, od plejtváka vážícího stovky tun až po bankovku vážící necelý gram. Aktivita byla pro děti soutěžní. Při vyhodnocování



odpovědi si Milena správně uvědomila, že u odhadu neexistuje jediný správný výsledek, a udělovala dětem body za všechny odhady, které odpovídaly řádově.

Jedinou výraznější slabinou vyučovací hodiny byla situace, ke které došlo hned v úvodu tematického bloku při diskusi o tom, co všechno můžeme vážít. Zde se potvrdil Milenin postřeh z reflexe, že důležité je, aby učitel znal probíranou látku do hloubky – ve třídě zazněl nekorektní Milenin názor, že „vážit můžeme téměř všechno, ale ne úplně všechno“, a po něm příklad od jednoho z žáků, že „třeba vzduch vážít nemůžeme“, který Milena odsouhlasila.

Z hlediska badatelsky orientovaného vyučování lze kladně hodnotit, že hodina byla vedena systematicky a její součástí byla související aplikační úloha, a také že Milena požadovala po žácích odůvodňování a ponechávala jim pro ně prostor. Jsou zde však i rezervy: hodina neobsahovala žádné nasměrované bádání (jím by se dalo například nahradit představení schématu se vztahy mezi jednotkami – žáci by si schéma mohli sami společně vytvořit na základě vhodných nápověd ve formě matematických úloh nebo praktických činností), a také řazení příkladů bylo příliš jednotvárné (jedna za druhou šly sady úloh řešených stejným obratem).

4. DISKUSE A ZÁVĚR

Naše studie byla mj. reakcí na často se objevující názor, že jednou z překážek, která brání většímu zařazení badatelských aktivit do výuky matematiky, je fakt, že učitelé sami bádání z pozice žáka nikdy

nezažili (Dorier & García, 2013). Zaměřily jsme se na zjištění, jak se vlastní zkušenost s badatelsky orientovanou výukou matematiky projeví u studentů učitelství při řešení a tvoření úloh a při prvních praktických výstupech. Ukázalo se, že v případě budoucích učitelů je posun od transmisivního k badatelsky orientovanému způsobu chápání výuky matematiky komplexnější záležitostí a že námi nabídnutá možnost zúčastnit se v pozici studenta dvouleté badatelsky orientované výuky nebyla u většiny studentů dostatečným impulzem pro takový posun.

Tuto skutečnost však nepovažujeme za zklamání, protože výsledky naznačily, že kurzy zahrnující příležitosti k vlastnímu bádání studentů měly pozitivní vliv na znalosti a postoje budoucích učitelů k matematice. Nedokončena zůstala změna názoru na podobu matematického vzdělávání a její realizace v praxi. Otázkou pro další výzkum tak zůstává, jestli a jak je možno podpořit uskutečnění či dokončení této změny. Jestli je vhodné a žádoucí se snažit tuto změnu urychlit, např. přetvořením kurzu didaktiky matematiky ze „zážitkového“ na „třénovací“ (tj. místo nabídnutí možnosti zúčastnit se badatelsky orientovaného kurzu studenty v rámci tohoto kurzu cíleně připravovat na roli badatelsky orientovaného učitele), nebo jestli se o uskutečnění či dokončení této změny pokusit až po určité době, např. v rámci nového předmětu zařazeného do závěrečné fáze univerzitní přípravy nebo v rámci dalšího vzdělávání učitelů.

Naše studie byla vstupem do neznámého terénu, odtud pramení volba kva-



litativní metodologie. Jsme si vědomy, že dvě z autorek, které zároveň byly vyučujícími kurzů, posuzovaly výsledky z hlediska svých zkušeností. Z toho důvodu byla přizvána třetí autorka, aby data posoudila nezávisle zvenčí. Uvědomujeme si i fakt, že nejsme schopny rozlišit, která část pozitivních změn je výsledkem po-

užití badatelsky orientované výuky a která by nastala tak jako tak vlivem přirozeného vývoje. Přesto doufáme, že jsme dostaly pravděpodobný obraz vlivu badatelsky orientované výuky matematiky v přípravě budoucích učitelů 1. stupně ZŠ, který by mohl být inspirativní i pro další fakulty připravující budoucí učitele, nejenom v matematice.

LITERATURA

- Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. In D. Pimm (Ed.), *Mathematics, teachers and children* (216–238). London: Hodder & Stoughton.
- Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(2), 125–153.
- Bruder, R., & Prescott, A. (2013). Research evidence on the benefits of IBL. *ZDM Mathematics Education*, 45, 811–822.
- Bruner, J. S. (1965). *Vzdělávací proces*. Praha: SPN.
- Dewey, J. (1938). *Logic: The theory of inquiry*. New York: Holt.
- Dorier, J.-L., & García, F. J. (2013). Challenges and opportunities for the implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching. *ZDM Mathematics Education*, 45, 837–849.
- Dorier, J.-L., & Maaß, K. (2014). Inquiry-based mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (300–304). Dordrecht: Springer.
- Eastwell, P. (2009). Inquiry learning: Elements of confusion and frustration. *The American Biology Teacher*, 71(5), 263–264.
- Fradd, S. H., Lee, O., Sutman, F. X., & Saxton, M. K. (2001). Promoting science literacy with English language learners through instructional materials development: A case study. *Bilingual Research Journal*, 25(4), 417–439.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel.
- Gavora, P. (2010). *Úvod do pedagogického výzkumu*. Brno: Paido.
- Harel, G., & Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (805–842), Charlotte, NC: NCTM.
- Hošpesová, A. (2014). Badatelsky orientovaná výuka matematiky na 1. stupni ZŠ a příprava učitelů. In M. Uhlířová (Ed.), *Matematické vzdělávání v primární škole – tradice, inovace: Sborník příspěvků z konference s mezinárodní účastí* (8–14). Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci.



- Janík, T. (2004). Význam Shulmanovy teorie pedagogických znalostí pro oborové didaktiky a pro vzdělávání učitelů. *Pedagogika*, 54(3), 243–250.
- Janík, T., a kol. (2007). *Pedagogical content knowledge nebo didaktická znalost obsahu?* Brno: Paido.
- Jiang, F., & McComas, W. F. (2015). The effect of inquiry teaching on student science achievement and attitudes: Evidence from propensity score analysis of PISA data. *International Journal of Science Education*, 37(3), 554–576.
- Kalhous, Z., & Obst, O., a kol. (2009). *Školní didaktika*. Praha: Portál.
- Koman, M., & Tichá, M. (1995). Řešíme úlohy o nákupech, cenách, zisku. *Matematika – fyzika – informatika*, 5(3), 113–117, a 5(4), 172–177.
- Koman, M., & Tichá, M. (1996a). Cestování – čas – peníze. *Matematika – fyzika – informatika*, 5(5), 227–232, a 5(6), 281–284.
- Koman, M. & Tichá, M. (1996b). Jedeme na výlet – vlakem, autobusem, možná i jinak. *Matematika – fyzika – informatika*, 5(8), 399–406, a 5(9), 449–454.
- Koman, M., & Tichá, M. (1997). Jak v matematice zvládají žáci zkoumání situací z praxe (Cestování – čas – peníze). *Matematika – fyzika – informatika*, 7(1), 2–12.
- Kuřina, F. (1976). *Problémové vyučování v geometrii*. Praha: SPN.
- Kuřina, F. (2012). Didaktické znalosti obsahu a matematické vzdělávání učitelů. *Pedagogická orientace*, 22(2), 162–180.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Samková, L. (2016a). Badatelsky orientované vyučování matematice v přípravě budoucích prvostupňových učitelů. In M. Uhlířová (Ed.), *EME2016 Proceedings. Primární matematické vzdělávání v souvislostech* (9–14). Olomouc: Pedagogická fakulta UP.
- Samková, L. (2016b). Ohlédnutí za sedmi podobami badatelsky orientovaného vyučování matematice. In B. Bastl & M. Lávička (Eds.), *Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol 2016* (113–118). Plzeň: Vydavatelský servis.
- Samková, L., Hošpesová, A., Roubíček, F., & Tichá, M. (2015). Badatelsky orientované vyučování matematice. *Scientia in educatione*, 6(1), 91–122.
- Samková, L., & Tichá, M. (2016a). Developing views of proof of future primary school teachers. In L. Balko, D. Szarková & D. Richtáriková (Eds.), *Proceedings, 15th Conference on Applied Mathematics Aplimat 2016* (987–998). Bratislava: STU.
- Samková, L., & Tichá, M. (2016b). *On the way to enhance future primary school teachers' beliefs about mathematics via inquiry based university courses*. Výzkumná zpráva přednesená jako příspěvek na konferenci 13th International Congress on Mathematical Education (ICME-13), červenec 2016, Hamburk.
- Samková, L., & Tichá, M. (2016c). On the way to develop open approach to mathematics in future primary school teachers. *ERIES Journal*, 9(2), 37–44.
- Samková, L., & Tichá, M. (2016d). O některých miskoncepcích souvisejících se schopností argumentovat. In J. Hromadová & A. Slavík (Eds.), *Cesty k matematice II* (58–66). Praha: Matfyzpress.



- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching. Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–22.
- Slavík, J., & Janík, T. (2005). Významová struktura faktu v oborových didaktikách. *Pedagogika*, 55(4), 336–354.
- Star, J. R. (2005). Reconceptualizing procedural knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36, 404–411.
- Stuchlíková, I. (2010). O badatelsky orientovaném vyučování. In M. Papáček (Ed.) *Didaktika biologie v České republice 2010 a badatelsky orientované vyučování* (129–135). České Budějovice: Jihočeská univerzita.
- Šedová, K., Švaříček, R., & Šalamounová, Z. (2012). *Komunikace ve školní třídě*. Praha: Portál.
- Švaříček, R., & Šedová, K., a kol. (2014). *Kvalitativní výzkum v pedagogických vědách*. Praha: Portál.
- Tichá, M. (2013). Modernizace vyučování matematice v letech 1965–1985. *Orbis scholae*, 7(1), 119–130.
- Tichá, M., & Hošpesová, A. (2010). Tvoření úloh jako cesta k matematické gramotnosti. In N. Stehlíková (Ed.), *Jak učit matematice žáky ve věku 11–15 let. Sborník příspěvků celostátní konference* (133–145). Plzeň: Vydavatelství servis.
- Tichá, M., & Hošpesová, A. (2014). Sedm podob badatelsky orientovaného vyučování matematice III. In B. Bastl & M. Lávička (Eds.), *Sborník konference Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol 2014* (217–223). Plzeň: Vydavatelství servis.
- Tollingerová, D. (1971). Úvod do teorie a praxe programované výuky a výcviku. Příloha časopisu. *Odborná výchova*, 21(5), 143–146.
- Vyšín, J. (1972). *Tři kapitoly o problémovém vyučování matematice*. Praha: SPN.
- Vyšín, J. (1976). Genetická metoda ve vyučování matematice. *Matematika a fyzika ve škole*, 6, 582–593.
- Vyšín, J. (1979). O základním výzkumu a práci Kabinetu pro modernizaci vyučování matematice. *Matematika a fyzika ve škole*, 10, 104–112.
- Wittmann, E. C. (1974). *Grundfragen des Mathematikunterrichts*. Stuttgart: Vieweg.

RNDr. Libuše Samková, Ph.D.,

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta, Katedra matematiky;

e-mail: lsamkova@pf.jcu.cz

doc. PhDr. Alena Hošpesová, Ph.D.,

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta, Katedra pedagogiky a psychologie;

e-mail: hospes@pf.jcu.cz



Mgr. Marie Tichá, CSc.,

Akademie věd ČR, Matematický ústav, Kabinet pro didaktiku matematiky; e-mail: ticha@math.cas.cz

Respondenti se výzkumu účastnili vědomě a měli příležitost kdykoli odmítnout účast na sběru dat určených pro výzkum.

S výslednou podobou textu souhlasili všichni autoři a všichni berou na sebe odpovědnost za podobu a vyznění celého textu.

Tato studie byla realizována s podporou projektu GAČR 14-01417S a RVO 67985840.

SAMKOVÁ, L., HOŠPESOVÁ, A., TICHÁ, M. The Role of Research-Orientated Teaching of Mathematics in the Training of Teachers for the First Level of Basic School

Goals – *This empirical study focuses on questions relating to the implementation of research-orientated teaching of mathematics in the undergraduate education of teachers.*

Methods – *The basis of the research survey was the two-year experimental teaching of courses of mathematics and the didactics of mathematics for students doing MA degrees in the field Teaching for the First Level of Basic School ZŠ. The data obtained during the seminars of the courses and during the outputs of students in the framework of teaching practice were processed qualitatively, using open coding, constant comparison, and thematic coding. Analysis was concentrated on monitoring changes in knowledge of mathematic content, the monitoring of changes in attitudes to mathematics and mathematical education and to monitoring indicators of research-orientated teaching in video recordings of teaching practice.*

Results – *The data obtained during the mathematics course uncovered a number of positive changes in knowledge of mathematical contents (e.g. in the students' approach to argumentation) and in attitudes to mathematics. The data obtained during the didactics course and from student practice shows that despite their experience with research-orientated teaching most of the students retained their preconceptions on the mainly transmissive character of mathematics teaching: during teaching practice they did not encourage discussion in class, were not open to unexpected inputs into discussion, and did not respond adequately to impulses from the pupils. The results of the research are illustrated by two case studies: a student with the approach typical for the sample of students in the study, and a student who was one of the few whose performance may be regarded as a successful beginner attempt to realise research-orientated teaching.*

Conclusions – *It emerged that in the case of future teachers the shift from a transmissive to a research-orientated conception of mathematics teaching is a difficult matter and that two-years of active attendance in research-orientated courses was not sufficient impulse for the shift in most of the students. Nonetheless, the results still suggest that they took some partial steps towards that shift.*

Keywords: *research-orientated teaching, training of future teachers, mathematics, 1st level of Primary Education ZŠ, experimental teaching, qualitative research.*