

OBSAH

Teoretická studie

- Shlomo Vinner
What Should We Expect from Somebody Who Teaches Mathematics in
Elementary Schools?..... 3

Výzkumné stati

- Martin Rusek
Postoj žáků k předmětu chemie na středních odborných školách..... 23
- Nada Stehlíková, Michaela Ulrychová
Žákovské konstrukce poznatků v matematice..... 39

Přehledové studie

- Dewey I. Dykstra, Jr.
Physics Teaching and the Development of Reasoning..... 59
- Eva Hejnová
Integrovaná výuka přírodovědných předmětů na základních školách v čes-
kých zemích – minulost a současnost..... 77

Zprávy

- Jarmila Novotná, Nada Stehlíková
Seznamte se: European Society for Research in Mathematics Education
(ERME)..... 91

Co bychom měli požadovat od toho, kdo učí matematiku na 1. stupni školy?

Shlomo Vinner

Abstrakt

Článek je rozšířenou verzí plenární přednášky na konferenci SEMT 11 (Vinner, 2011). Jsou zde rozpracovány některé otázky, kterým se autor ve své přednášce z časových důvodů nemohl věnovat. Autor doporučuje, aby kromě znalostí matematiky potřebných pro výuku matematiky na 1. stupni základní školy byla dostatečná pozornost věnována také dalším aspektům práce učitele. Doporučuje, aby důvody pro zařazení matematiky jako povinného předmětu pro celou populaci, stejně jako základní cíle vzdělávání byly diskutovány s učiteli. Doporučuje také, aby z přípravy učitelů byla vyřazena témata, která jsou vně ZPD (Zone of Proximal Development – zóny nejbližšího vývoje).

Klíčová slova: příprava učitelů matematiky pro 1. stupeň základní školy, profil učitele elementární matematiky, složky znalostí učitele elementární matematiky.

What Should We Expect from Somebody Who Teaches Mathematics in Elementary Schools?

Abstract

This paper is an extension of my plenary talk in SEMT 11 (Vinner, 2011) in which I promised to elaborate on some issues that I could not discuss at the talk because of time restrictions. The paper recommends that, in addition to the mathematical knowledge needed for teaching in elementary schools, attention should be given to other aspects of the teacher's work. It is suggested that the rationale of teaching mathematics as a compulsory subject to the entire population should be discussed with the teachers as well as the ultimate goals of education. The paper recommends also avoiding in teacher training topics which are beyond the zone of proximal development (ZPD) of the teachers.

Key words: elementary teachers education, an elementary teacher's profile, aspects of an elementary teacher's knowledge.

1 PROLOGUE

The theme of SEMT 11 was the mathematical knowledge needed for teaching in elementary schools. The title of my paper indicates that I have chosen to discuss the teaching mathematics in elementary schools in a broader context, emphasizing additional aspects of teaching mathematics. I believe that, all over the world, teacher training at this stage has adopted the approach that content knowledge and pedagogical content knowledge should be taught to those who prepare themselves to teach at the elementary level, as well as to teachers who come to us for further studies after serving for a while in the schools. In addition to the content knowledge and the pedagogical content knowledge, there is a consensus that elementary teachers should know something about children's mathematical thinking. They should be aware of the causes for typical mistakes and should be able to understand children's original ideas about doing mathematics, whether these ideas are correct or incorrect. This is in fact the message of Ball, Hill and Bass (2005). It seems that the majority of people who are involved with mathematics teacher training will agree with the above, but when it comes to details, the number of opinions is almost equal to the number of people who are involved in the domain. There are quite obvious reasons for that:

1.1 AS TO THE CONTENT KNOWLEDGE

The content knowledge depends on the mathematics curriculum which is supposed to be covered at the elementary level. Different countries may have different curricula. Even in the same country the curriculum keeps changing over the years. It turns out that mathematics curriculum people have not reached an agreement about questions like: should we or should we not teach combinatorics or probability at the elementary level, or at what grade are we supposed to teach fractions or negative numbers? During the last fifty years the elementary mathematical curriculum has been overloaded with some mathematical topics which are beyond the zone of proximal development (Vygotsky, 1986) of the elementary pupils. In addition to that, the dominant approach of the mathematical education community is that mathematical rules and procedures should be explained to the pupils. However, the real mathematical explanations are, sometimes, beyond the pupils' zone of proximal development. Thus, some mathematics educators came up with alternative explanations which, supposedly, would be understood by the pupils. Unfortunately, some of these explanations are quite ridiculous. Their contribution to mathematics education at this level is rather negative. In this case, should we or should we not eliminate these mathematical topics from the curriculum? Should we or should we not give up the principle that every mathematical rule should be explained? At this point we can see that content knowledge decisions sometimes depend on pedagogical content knowledge available at a given moment. As claimed above, the number of opinions about these issues is almost equal to the number of people who are involved in the domain.

1.2 AS TO THE PEDAGOGICAL CONTENT KNOWLEDGE

Different mathematics educators with different backgrounds or culture often have different opinions about the clarity and the efficacy of certain "real life models" which are supposed to explain why some mathematical operations are as they are.

The following INTERNET excerpt (American_educator/fall99) about multiplying negative numbers can clearly support my claim:

Question: *Are there any good websites or other resources to help explain negative times negative numbers?*

Reactions:

(I). *Ds is going to through The Key to Algebra, Book 1, and it uses a football field explanation... He does not know much about football and it is confusing.*

(II). *Dd said her math book used football as well (Scott Foresman). She knows very little about football and feels his pain. I think she just memorizes.*

1.3 AS TO CHILDREN MATHEMATICAL THINKING

There is a huge literature about it (many thousands of pages), how much of it and what exactly are we supposed to present to our teachers and prospective teachers?

I am going to address shortly these issues but my main emphasis will be on other four questions which, in my opinion, are quite important (if not crucial) for the elementary teachers' work:

1.4 WHY DO WE TEACH MATHEMATICS?

1.5 WHAT IS MATHEMATICS?

1.6 WHAT IS MATHEMATICS EDUCATION?

1.7 IN WHAT WAYS DOES THE TEACHING OF MATHEMATICS SERVE THE ULTIMATE GOAL OF EDUCATION?

An additional issue to all the above but an essential one is the question:

1.8 TO WHAT EXTENT THE ELEMENTARY TEACHERS HAVE THE NECESSARY BACKGROUND TO STUDY WHAT WE EXPECT THEM TO KNOW SO THAT THEY WILL BE ABLE TO IMPLEMENT THE TASKS THAT THE EDUCATIONAL SYSTEM PRESENTS TO THEM?

I would like to discuss first the last question since the answers to it determine the answers to the previous questions.

2 TYPICAL PROFILES OF ELEMENTARY TEACHERS

Elementary teachers have many profiles. They have many profiles even when speaking about one country. Since this is an international conference it seems that I were supposed to speak about several countries. In order to do it, I were supposed to rely on an early survey in these countries, and to present different profiles with their different distributions. Since there is no such a survey, I have chosen to present to you some anecdotal profiles of elementary teachers in my country and in the USA which were picked up from my own experience and from the mathematics education literature. Being concerned about the international relevance of my talk I would like to suggest the following justification for presenting such a local picture:

a) There might be some similarities between the above two countries and other countries, and therefore what I am saying might be relevant to other countries as well.

b) The situation in other countries might be different than the situation in the above two countries. In this case, it is interesting to learn about other countries like tourists who visit other countries in order to see different landscapes.

My anecdotal impression of talking to elementary school teachers (especially in grades 1–3) in my country and in the USA is that they decided to become elementary school teachers because they like the human interaction with little children. Being involved with the children's intellectual and emotional development gives them a lot of satisfaction. Usually, they do not score very high on the college entrance examinations. For me, mentioning it is quite problematic. It is problematic because I cannot ignore the fact that this claim is expressed by some people with arrogance. It is also problematic because it suggests forming hierarchies of people by comparing their scores on college entrance exams. I myself do not believe in measuring people. The title of a canonical book on this issue is *The Mismeasure of Man* (Gould, 1981). To the educational community I would like to suggest even a stronger title: *The Immeasurable Man*. Modern psychologists speak about many kinds of intelligence: emotional intelligence, social intelligence, and more (Gardner, 1993; Goleman, 1995). These kinds of intelligence are not less important to the success of teachers than their cognitive intelligence. Yet, there do not exist tests to measure these kinds of intelligence. It is not that I do not understand the need to evaluate the ability to study a certain domain when someone wants to study it at a college. However, since mathematics is an important component in college entrance exams, the fact that prospective teachers do not score high on college entrance exams may predict that they will have some difficulties studying certain mathematical topics. Supervision and in-service courses reveal quite often the mathematical weakness of some elementary teachers. For example, I am told by colleagues who teach remedial courses to these teachers that a significant number of them have difficulties in solving word problems like the following:

1. *David holds $\frac{5}{8}$ of the shares of a certain factory. He gives his son Daniel $\frac{2}{3}$ of his shares. What part of the factory shares is owned by Daniel after this transaction?*
2. *Barbecuing meat causes it to lose $\frac{1}{5}$ of its weight. What was the original weight of a piece of meat if after barbecuing, its weight was 300 grams?*

In a study (Guberman, 2007), based on an adaptation of Van Hiele four geometrical levels to arithmetic, it was found that 63 % of the student teachers were below the third level in the beginning of the college arithmetic course. Only 4 % of these students improved their location in the four level hierarchy at the end of the arithmetic course. Similar results were obtained in a study by Pandiscio and Knight (2011) which examined *the van Hiele level of geometric understanding of pre-service mathematics teachers, both before and after taking the geometry course required by their teacher preparation program. Results indicate that prior to the course, pre-service teachers do not possess a level of understanding at or above that expected of their target students. . . the magnitude of the gains (obtained by the end of the course) was not enough to raise the sample population's van Hiele level to that expected of their future K-12 students.* There are more studies in which similar results were obtained but I am not mentioning them here because of space restrictions. I would like to

conclude this section about elementary teacher profiles with a quotation from Ball, Hill and Bass paper (2005): *many U.S. teachers lack sound mathematical understanding and skills... Mathematical knowledge of most adult Americans is often as weak, and often weaker.*

3 SOME RECOMMENDATIONS

From what I have said till now it follows that it is impossible to suggest a uniform list of mathematical topics that prospective teachers should study while preparing themselves to become teachers at the elementary level. However, I would like to suggest three pedagogical principles which should lead curriculum designers and teacher trainers at the colleges of education.

i) Ausubel's leading principle: "If I had to reduce all of educational psychology to just one principle, I would say this: The most important single factor influencing learning is what the learner already knows. Ascertain this and teach him accordingly" (Ausubel, 1968, p. vi). In other words, when instruction is designed, the starting point of the student should determine it. This implies that if the mathematical background of the student is poor we should first improve it and only later, move on to more advanced topics.

ii) The zone of proximal development principle (Vygotsky, 1986). Adapting the zone of proximal development principle to our situation implies that we should not try to teach our students topics which are beyond their intellectual ability. It is worthwhile mentioning that the notion of the zone of proximal development is quite vague. Namely, even if we know "what the learner already knows" we might have difficulties predicting whether the learner is able to cope with a given topic which presumably belongs to the learner's ZPD. For instance, assuming the learner is familiar with the concept of rational numbers. Will he or she be able to learn meaningfully the concept of irrational numbers?

iii) The suitable pace of teaching. There is a general tendency to overload syllabi and then, because of the unwritten obligation to cover them, the pace of teaching is too fast for the decisive majority of the learners. However, ignoring the above principles leads to meaningless learning. Meaningless learning expresses itself very often in what I call *pseudo conceptual and pseudo analytical behaviors* (Vinner, 1997). I will elaborate on it later on. At this stage I would like to claim that teaching something which we do not really understand is disastrous. However, this is the case with many elementary teachers.

Coming back to issues 1.1–1.3 in the prologue, my recommendations are the following:

As to mathematical content knowledge (1.1), the above three principles can help us to determine a list of mathematical topics which can be presented to pre-service and in-service elementary teachers in different social and cultural settings. As explained earlier, these principles cannot lead to a uniform universal curriculum. Giving up a uniform universal curriculum is unacceptable by the majority of influential people involved in national systems of education. Unfortunately, *because of the comparative international surveys in science and mathematics, education has become an international competition.* Educators and educational policy makers can argue about the advantages and the disadvantages of this fact. However, if as a result of this competition a uniform mathematical curriculum for elementary pupils

will be suggested, which will imply also a uniform mathematical curriculum for elementary teachers, it will not help mathematical education. We cannot overcome individual differences by uniform curriculum. On the contrary, individual differences should be taken care of by differential curricula.

As to pedagogical content knowledge (1.2), I recommend that concrete models and representations should be used only if they are simple and clear. This is true for elementary teachers as well as for elementary pupils.

And as to *children mathematical thinking* (1.3), since there is no canonical list for this topic I suggest that we should prefer clear, simple and straight forward texts to more sophisticated and complicated studies. For obvious reasons I am not mentioning any specific texts.

4 WHY DO WE TEACH MATHEMATICS?

I consider this question as a metacognitive one. Namely, elementary teachers who teach mathematics do not raise it and therefore, they do not have to answer it. They teach mathematics because it is part of the curriculum which they are supposed to teach. If the question is raised by an external agent there are ready made answers to the question. Usually, curriculum designers present a rationale for teaching the curriculum which they recommend. The most beautiful rhetoric for teaching mathematics which I know is the NCTM (2000) rhetoric.

We live in a mathematical world, whenever we decide on a purchase, choose insurance or health plan, or use a spreadsheet, we rely on mathematical understanding... The level of mathematical thinking and problem solving needed in the workplace has increased dramatically... Mathematical competence opens doors to productive future. A lack of mathematical competence closes those doors.

This is not the place to elaborate in length how misleading these claims are. In short I will say only the following: No doubt mathematical knowledge is crucial to produce and maintain the most important aspects of our present life. This does not imply that the majority of people should know mathematics. Farming is also crucial to at least one aspect of our life — the food aspect, and yet, in developed countries, about 1 % or 2 % of the population can supply the needs of the entire population. In addition to this argument, if you are not convinced, I recommend to you to look around and to examine the mathematical knowledge of some high rank professionals that you know — medical doctors, lawyers, business administrators, and many others, not to mention politicians and mass communication people. Recently, an attempt to refute the above claim that *the level of mathematical thinking and problem solving needed in the workplace has increased dramatically* came from an unexpected source, a research mathematician, Underwood Dudley (2010), who sampled randomly from the *yellow pages* 8 categories of work places and found no evidence that algebra is required there, “*even for training or license*”. Another claim in the rhetoric which is supposed to justify the teaching of mathematics is the claim that mathematics is needed for everyday life. However, whenever I ask mathematics teachers who claim it for specific examples the only examples they come up with are calculating tips in restaurants, calculating change (this concerns mainly taxi drivers) and cooking (calculating the amount of ingredients for n people, when the amount of ingredients for m people is given in the cook book, $m \neq n$). There might be other convincing arguments to study mathematics. Underwood Dudley claims that people should study mathematics in order to train their mind. However, there

is no experimental evidence which supports the claim that, in non-mathematical domains, people who studied mathematics are better problem solvers than people who did not study mathematics. Another possible reason for studying mathematics is the application of certain mathematical chapters in sciences (physics, chemistry, biology, etc.). The question here is to what percentage of the population this claim is relevant and whether there are no other ways to reach this percentage rather than imposing mathematics on the entire population. Thus, if the above claims about the need to study mathematics are misleading, why do we teach mathematics and why do our students study mathematics in spite of all? You might suggest that the students believe in these claims although these claims are misleading. I suggest that the students have very good reasons to study mathematics. It is not the necessity of mathematics in their future professional life or in their everyday life. It is because of the selection role mathematics has in all stages of our educational system. Mathematical achievements are required if you want to study in a prestigious place (whether this is a junior high school, a senior high school or university). A prestigious school increases your chance to get a good job. Confrey (1995) formulated it quite clearly: *In the vast majority of countries around the world, mathematics acts as a draconian filter to the pursuit of further technical and quantitative studies...*

Eventually, we have a convincing argument to study mathematics. Should we tell it to pre-service and in-service teachers? I believe we should. It is important for a soldier to know the real purpose of a battle in which he or she takes part. He or she should be convinced that there are good reasons for risking their life. Intentionally false rhetoric should be morally unaccepted. I am not claiming that there was a conspiracy to form a false rhetoric about the need to study mathematics. On the contrary, I think that the people who invented this rhetoric really believed in it *bona fide*. However, beliefs should be re-examined from time to time. The main thing is that teachers will have worthy goals for their endeavor. Is preparing students for crucial examination a worthy goal? I believe it is. Both students and teachers are victims of the same educational reality and as far as we can see, the chance to change this reality is very small. For a great part of the younger population, to continue their formal education (generally, not in a domain that requires mathematics) is an important goal. Pupils are expected to progress from the elementary level through the junior high level to the high school level and then to college and university. At crucial points of this journey, there are guards who examine them on mathematics. If the pupils pass the exams the guards let them move on. It is a worthy goal to help pupils complete this journey. Of course, there is much more into mathematics. There are intellectual values and educational values. Usually, because of the common way mathematics is taught, pupils are not exposed to it. I will come back to this point later on.

5 WHAT IS MATHEMATICS?

This is again a meta-cognitive question. Generally speaking, people do not seek definitions for the notions they use. The meaning of the decisive majority of concepts in everyday thought is determined by means of examples and not by means of definitions. This was explained extensively in Vinner (2011). Even some mathematicians, when being asked what mathematics is, prefer to give examples. Among them I can mention Courant and Robbins (1948). Their book is full of mathematical examples. They probably believed that people, who were not mathematics majors

but who were eager to know what mathematics is, would be able to understand the mathematical chapters which were presented in the book. Another book which deals with this question is Hersh's book (1998). This is a philosophical book which presents mathematics as a human endeavor. However, there is no attempt in this book to define mathematics as a generalization of specific examples. I believe that (in contrast to other concepts like poetry, art, etc.) it is possible to suggest a definition of mathematics which is a generalization of specific examples. It is true that in order to understand this definition one should have at least a Bachelor degree in mathematics. For this reason and also because of the technical nature of the definition I am presenting it in appendix II. However, in case we want to avoid technical difficulties, the best place to look for simple and general definitions is the dictionary. The Webster's Ninth New Collegiate Dictionary suggests that Mathematics is *the science of numbers and their operations, interrelations... and of space configurations and their structure...* The mathematics which is characterized by this definition includes only arithmetic and geometry. It is not clear whether school algebra is included. Elementary school teachers are supposed to know these branches of mathematics. If you ask them what mathematics is, will they be able to give a similar definition to the one given by the dictionary? My hypothesis (based on the claims in Vinner (2011)) was that the elementary mathematics teachers will not be able to give an answer which is close enough to the definition given in the dictionary. Their answers, according to this hypothesis, should somehow reflect the examples of mathematics they had in their past and present experience. And indeed, out of 120 teachers to whom the questionnaire which I designed (see appendix I) was distributed, no one gave an answer resembling the dictionary definition. Thus, we can assume that their idea of mathematics is determined by the mathematical experience they had in school and by the mathematics they teach. Therefore, if you generalize the past and present mathematical experience of these teachers it is quite reasonable to assume that their view about mathematics is that *it is a collection of procedures to be used in order to solve some typical questions given in some crucial exams (final course exams, psychometric exams, SAT etc.)* This is how it was described in the questionnaire. And by the way, trying to reconstruct my own implicit views about mathematics which were based on my experience as a high school student studying an extensive mathematics curriculum — I believe it was quite similar to the above. When you present this view to mathematics teachers by means of the above mentioned questionnaire they notice the negative connotation of this statement and they try to reject it. However, the arguments they suggest in order to reject it are usually the following: (I) *Mathematics is not only for exams, it is also for real life situations.* (II) *Mathematics teaches you to think.* When being asked to specify, in most of the cases, they use their right to remain silent. My question is whether we should tell the elementary teachers *what really mathematics is?* But before answering this question we should find out whether these teachers have the required mathematical and intellectual background to understand the answer.

6 WHAT IS MATHEMATICS EDUCATION?

The following section is, perhaps, more suitable for elementary teachers who are studying or planning to study for a master degree in mathematics education. The notion of mathematics education is both ambiguous and vague. For some people mathematics education is the production of text books, learning materials, math-

ematics curriculum design, enrichment of the mathematics curriculum, developing software by means of which certain mathematical topics can be taught, recommending teaching methods and so on. Erich Wittmann, in his plenary talk at the International Symposium on Elementary Mathematics Teaching, SEMT 11 (August 21–26, 2011), repeated a 16 year old claim of his that *Mathematics Education is a design science* (Wittmann, 1995). Since there are some criteria which certain activities should meet in order to be considered as science, and I am not sure whether the activities at which Wittmann pointed fulfill these criteria, I would like to use the word “design” in a different way. Note that this word is used intensively in many practical domains such as: hair design, fashion design, industrial design, interior design and many more. I prefer to speak about the design of instructional materials for the learning and teaching mathematics. On the other hand, for other people, mathematics education is a research discipline which investigates the learning and teaching of mathematics. It relates among other things to mathematical concept formation, to thought processes which occur in students while they solve mathematical problems or when they prove mathematical claims. It also investigates the dynamics of mathematics classes and teacher–student interactions. For some people it means both. Namely, they try to design all kinds of innovations for mathematics classrooms and they also investigate the impact of these innovations on the students. I claimed that “mathematics education” is also a vague notion because there is no consensus about what topics should be included in the domain and what topics should be excluded from it. For instance, should the question where mathematics came from be discussed within the domain of mathematics education or not? I do not want to discuss this question here. I have mentioned it only for the sake of bringing it to the reader’s attention

Quite often, when I am asked about mathematics education by people who are outsiders to this domain, I am trying to compare mathematics education research to medical research. We study diseases in order to find for them a cure. If the analogy to medical research is extended it is worthwhile to note in it three stages. The symptoms, the diagnosis and the cure. The symptoms in our domain are that the majority of people who have to study mathematics hate it. After going through the compulsory mathematics courses, they consider themselves as mathematically ignorant and some of them are even proud about it. Although the domain of mathematics education is offering various cures to the disease, my opinion is that we are still at the diagnosis stage. However, it will be wrong to ignore some wonderful text books and software in which there is a real promise to improve mathematics education and to enhance meaningful learning. Unfortunately, these materials have not become the common materials for the learning of mathematics. They are still considered as experimental materials used in relatively small populations.

7 IN WHAT WAYS DOES THE TEACHING OF MATHEMATICS SERVE THE ULTIMATE GOAL OF EDUCATION?

Unfortunately, thousands of pages in educational philosophy have been written about the ultimate goal of education. It has also been the theme of hundreds of educational conferences. I say “unfortunately” because the too many trees prevent us to see the forest. Therefore, I would like to suggest a simple answer to this

question. The ultimate goal of education is an educated person. This is, of course, circular. In order to avoid it, I would say that an educated person is *a thoughtful person*. “Thoughtful” in English is ambiguous. The above Merriam-Webster dictionary suggests the following: *a) characterized by careful reasoned thinking. . . b) given to heedful anticipation of the needs and wants of others*. In other words, “thoughtful” also means “considerate”. This can be tied to, what is called in moral thinking, the *golden rule*. There are plenty of versions for this rule which come from various cultures and religions. One Jewish version of it is: *What you hate — do not do to other people*. In order to follow this rule you should first apply your *careful reasoned thinking*. Namely, you should carefully analyze everyday situations and determine whether acting in a certain way in these situations will be unpleasant or even harmful to other people. Then you should control yourself and abstain from acting in such a way.

Earlier I mentioned that mathematics education, the way it is taught in the majority of schools, focuses mainly on mathematical procedures by means of which typical questions in typical exams can be solved. Mathematical procedures have negligible importance in everyday life and in the majority of work places. However, procedures in general, play crucial role in everyday life and in all work places. By “procedure” I mean a sequence of actions which should be carried out one after the other. Crossing streets, driving, shopping, turning on dishwashers, dryers, DVD players (etc., etc.) are all associated with procedures. This is just an accidental choice out of an infinite list of procedures. Thus, respecting procedures as well as carrying them out precisely and carefully can be recommended as an educational value. Note that not following certain procedures is against the law. One example out of infinitely many: Crossing an intersection in a red light while driving a car. Not following other procedures can result in an economical damage. Again, one example out of infinitely many: Not turning off all the lights and electrical instruments when leaving home. Note also that many procedures in everyday life were formed in order to serve the *golden rule*. For instance: procedures related to behavior on lines, procedures related to pedestrians and drivers and procedures related to littering and recycling. Teachers, while teaching mathematical procedures can point to the pupils at procedures in everyday life and speak about the importance of following these procedures precisely and carefully, the same way as required in mathematics. By doing this, teachers add educational value discussions to their traditional role which is to cover the syllabus. Within the traditional role the teacher is a tool of the syllabus. By adding educational discussions to the syllabus, the syllabus becomes an educational tool.

There are many other contexts in the mathematical curriculum where educational value discussions can be integrated. For instance, very often, when dealing with mathematical problem solving we speak about the need to apply analytical thinking and control to the problem solving process (see for instance Schoenfeld, 1985). We certainly speak about it in mathematics education conferences. Some of us may speak about it even in their mathematics class, in case we teach mathematics. It is considered as a meta-cognitive activity or a reflective activity. In teacher training we encourage our students to include it in their future teaching. I assume that very few of us and very few mathematics teachers, when they speak about it in their mathematics classes, point at the fact that they are also relevant to our everyday life and not only to mathematical thinking. They are also educational values which are directly related to the above mentioned golden rule. While speaking about analytical thinking and control we can tell our student teachers that

analytical thinking and control are important factors of rational thinking and thus introduce to them the notion of rational thinking.

Rational thinking is strongly related to scientific thinking; however, it is broader than it. Mathematics is closely related to the development of science, and thus we have another justification to claim that mathematics is part of rational thinking. Rational thinking is the kind of thinking which is needed to maintain our society. By “our society” I mean the liberal democratic society with its values, its various institutions, its science, art, technology and medicine. A sophisticated characterization of rational thinking is beyond the scope of this paper. However, in everyday discourse, people use this notion and it is quite clear to them what it means. “Behave rationally,” they recommend quite often to each other. The Merriam-Webster dictionary suggests that to be rational is to be *reasonable*. *Rationality is the quality or state of being agreeable to reason. Rationality is applied to opinions, beliefs and practices.* About being reasonable, the dictionary adds that reasonable is *not extreme or excessive* and it is *moderate and fair*. Wikipedia, the free encyclopedia of the Internet, claims that “rational”, *in a number of kinds of speech, may also denote a hodge-podge of generally positive attributes, including: reasonable, not foolish, sane and good.* Note that both the Merriam-Webster and the Wikipedia agree that rationality, in ordinary language, has also a moral aspect (moderate, fair and good). Thus, the notion of rationality that I am suggesting to include as one of the educational goals of teaching mathematics includes also the moral aspect of rationality. Thus, again, we are involved in integrating educational values aspects in the teaching of mathematics. As an additional characterization of rationality, I would also like to emphasize that *to be rational implies taking into account science, medicine and technology.* People behave rationally if they take into account all the scientific information which is relevant to their decision making. Thus, rationality is a relative notion. A rational behavior in Newton’s era is not necessarily rational in our era, since science has been changed dramatically. There is a broader discussion of these issues in Vinner (2007, 2008).

All the above were *general frameworks* within which value discussions can be integrated. In the section below I will describe some word problems which call for a mathematical treatment and can be extended to a value discussion. The first word problem is taken from Peled & Balacheff (2011). It is the following:

Andrea and Bill bought a \$5 lottery ticket together. Andrea paid \$3 and Bill paid \$2. They won \$40. How will they split it?

The question was presented to Ron, a sixth grader by his mother at home, while spending time together on various word problems.

Ron suggested three solutions:

1. *Split the win evenly.*
2. *Split it so that the difference is close to the difference between the “investments”: Andrea gets \$21 and Bill gets \$19.*
3. *Split it proportionally: Use the investment ratio 3 : 2. Andrea gets \$24 and Bill gets \$16*

Finally, he commented: I think the first solution is the “most fair”, but the third solution is the “most right” because it uses ratio. What Ron might be saying is that in real life, if he were in a situation like that, he would have used an even split. Since he knows that the teacher expects him to solve this problem using proportion, this is what he has to accept as what is considered a good mathematics class solution.

I consider this excerpt as a wonderful illustration how moral thinking can be involved in the mathematical thinking of an 11 year old child. Undoubtedly, in this child's value scale, equality has a clear priority. Andrea and Bill are friends. Because of various reasons Bill paid less than Andrea for the ticket. However, because of the friendship, they are supposed to split the win evenly. If however, the difference between the investments should be taken into account when splitting the win, then Andrea is supposed to get a little bit more than Bill. Thus, the amounts \$21 and \$19 seem quite fair to Ron. The seemingly correct mathematical solution is not considered by Ron to be a fair split. Mathematically, he is smart enough to produce this solution but he does not consider it fair. Note that in our adult community, splitting the win according to the ratio between the investments is considered a fair split. What are we supposed to tell the child who disagrees with us? I leave this as an open question to the reader and I assume that various answers can be given here, expressing the moral value scale of different readers.

The next problem is quite similar to the previous one but more complicated. It is taken from a Jewish wisdom book (the title of which is "The Seeker" and it was written in 1263 by Rabbi Shem Tov Ibn Falkira). It was brought to my attention by Yaari (2005). Here is Ibn Falkira's story updated by myself to our 2011 reality:

Two friends, Reuven and Shimon, after having a walk at the countryside, stopped at a bench in order to have their lunch. For lunch they brought 5 rolls. Reuven brought 2 of them and Shimon brought 3. A stranger passed by and asked them whether he can join their meal. They invited him generously and split the 5 rolls evenly between the 3 of them. After finishing their lunch the stranger took \$5 out of his pocket, gave them to the friends, thanked them, and while walking away said: "Split what I gave you fairly and cleverly."

"I'll take my share now," said Reuven asking Shimon to give him his \$2.5. "Wait a minute," said Shimon, I brought to our lunch 3 rolls and you brought only 2, hence your share is only \$2 and my share is \$3.

Being unable to solve the conflict they agreed to take their case to the court. The judge listened to their story, thought a little bit and announced his verdict: Reuven will get \$1 and Shimon will get \$4.

Please, explain.

This story has an additional dimension which was not present in the previous one. Namely, how much of Reuven's rolls and how much of Shimon's rolls was given to the stranger? Since the rolls were divided evenly so that each diner got 1 roll and 2 thirds of it, it is clear that the guest got $\frac{1}{3}$ of a roll from Reuven and $\frac{4}{3}$ of a roll from Shimon. Hence, the \$5 should be split according to the ratio between $\frac{4}{3}$ and $\frac{1}{3}$.

After giving this explanation the moral issue can be raised for a class discussion as in the previous case. The fact that the verdict was \$4 for Shimon and \$1 for Reuven reflects the author's view about the "fair and clever" split. It is quite similar to the fairness principle of the textbook, as conceived by the 11 year old child in the previous story. Here there are 3 moral approaches to the above situation, and from the moral point of view it is impossible, in my opinion, to determine which one is better. Thus, practically, in order to avoid such conflicts, the principle of splitting the profit should be agreed upon by an early agreement, or by laws of the society to which the arguing people belong.

Another example of a specific word problem that can be a trigger for an educational value discussion can be found in Taplin (2002, p. 79).

The bottom line of this section brings me back to sections 2 and 3 in the beginning of my talk (the typical profile of the elementary teachers and to the recommendations related to it). While there are serious doubts about the feasibility of presenting to elementary teachers and prospective elementary teachers some of the topics mentioned above, there should not be any doubt about asking them to work toward the ultimate goal of education, namely, asking them to be educators. Unfortunately, in some societies, teachers (and especially elementary teachers) are blamed for not having satisfactory knowledge in science or mathematics. However, if we focus on educational aspects of the teacher's work then the above accusation becomes minor. Moreover, a counter accusation should be raised against parents who do not care so much about the education of their children but care a lot about their mathematical achievements; not because these achievements are really important for the future life of the children (as adults, 90 % of them belong to the population which does not use mathematics, hates mathematics and does not know mathematics), but because mathematical achievements are required for further academic or technical studies. And as to the elementary teachers — imposing on them mathematical demands which are beyond their mathematical abilities or, if you wish, beyond their ZPD, will bear negative results as explained in the next section.

8 THE PSEUDO-ANALYTICAL AND PSEUDO-CONCEPTUAL BEHAVIORS AS A REACTION TO EXAGGERATED INTELLECTUAL DEMANDS

In an early work of mine (Vinner, 1997) I explained in length what I mean by these two notions (pseudo-analytic and pseudo-conceptual behaviors). Here I will say very shortly that these behaviors are produced by people who try to show that they know a certain topic but as a matter of fact they do not know it (in some cases, people really believe they know while they do not know. In other cases, they know that they do not know but they pretend to know). Here are three anecdotes:

(I) The supervision on mathematics education in my country has decided that all elementary teachers should know certain chapters in probability. Thus, teachers who did not have this knowledge were invited to participate in a compulsory course in which some elementary concepts in probability were introduced to them. At the end of the course, among other questions, they were asked to solve the following question: *There are 16 cards in a box. Each card is in an envelope. All the numbers between 1 and 16 (included 1 and 16) appear on the cards (one number per card). Describe an event the probability of which is $1/2$.* Non-negligent number of the teachers suggested that a right answer to this question was to pull out of the box the card which has 8 on it. When being asked to justify their answer they said: Because $8/16$ is $1/2$. Superficially, it looks as a convincing analytical argument. I classify it as pseudo analytical behavior.

(II) The second anecdote is about an elementary teacher who taught her pupils how to calculate certain addition exercises by means of Cuisenaire rods. Then she gave some addition exercises to her class as home work assignment. One pupil solved all the exercises using his own (mathematically correct) strategy and got the correct answers for all the exercises. However, the teacher marked all his answers as wrong. When the child's mother came to argue with the teacher about her judgment, the teacher's respond was that the use of the Cuisenaire rods is essential

part of the final result. Here, the teacher did not distinguish between the pedagogical content and the mathematical content. I consider the failure to understand the conceptual difference between the two as a special case of pseudo conceptual understanding.

(III) The third anecdote is taken from a study which investigated the *ability of prospective teachers to prove or refute arithmetic statements* (Tirosh, 2002). Proof of mathematical statements is one of the issues discussed quite often in mathematical teacher training. We strongly emphasize that checking some examples is not enough to establish the validity of a *universal statement*. The students realize that a proof should be general but their impression is that a typical feature of being general is *the use of letters*. In the above study the researcher asked the students about refuting a universal statement. The question was whether, in order to refute a universal statement it is enough to point at one example for which the statement is not true. A significant number of students claimed that checking one example is not enough to refute a universal statement. Many students claimed that letters must be used in order to establish a proof. I suggest that this result indicates lack of understanding of the essence of proof. The students were trying to identify proofs by their superficial form. They failed to rely on meaning. Hence, I classify this result as pseudo conceptual behavior.

The pseudo conceptual behavior is directly related to one of the workshops in the above mentioned Symposium on Elementary Mathematics Teaching, SEMT 11 (August 21–26, 2011): Contribution of the theory of didactical situations to mathematics education (Chopin&Novotná, 2011). It is claimed there that during the student — teacher discourse, sometimes, “the teacher begs for a sign that the student is following him” (p. 362). Eventually, the teacher is lowering the intellectual demands which were originally involved in the question. At a certain stage, the student can give an answer to the teacher’s question relying only on superficial indicators without having any knowledge of the subject involved. This is called by Brousseau & Sarrazy (2002) “the Topaze effect”.

A student’s meaningless behavior is demonstrated in a magnificent way in the classical play by Moliere *Le Bourgeois Gentilhomme* (1670). I first dealt with it in Vinner (1997). I would like to present it here again because it is directly related to Chopin and Novotná (2011) as well as to students who learn certain topics in a meaningless way and then teach them. I claimed earlier that it happens with elementary mathematics teachers and that it is disastrous. In the first excerpt from *Le Bourgeois Gentilhomme*, the student (Mr. Jourdain) is talking to his teacher (the philosopher).

Mr. Jourdain: *I am in love with a lady of quality and I want you to help me to write her a little note I can let fall at her feet.* Philosopher: *Very well.* Mr. Jourdain: *That’s the correct thing to do, isn’t it?* Philosopher: *Certainly. You want it in verse no doubt?* Mr. Jourdain: *No. No. None of your verse for me.* Philosopher: *You want it in prose then?* Mr. Jourdain: *No. I don’t want it in either.* Philosopher: *But it must be one or the other.* Mr. Jourdain: *Why?* Philosopher: *Because, my dear sir, if you want to express yourself at all there’s only verse or prose for it.* Mr. Jourdain: *Only prose or verse for it?* Philosopher: *That’s all, sir. Whatever isn’t prose is verse and anything that isn’t verse is prose.* Mr. Jourdain: *And talking, as I am now, which is that?* Philosopher: *That is prose.* Mr. Jourdain: *You mean to say that when I say “Nicole, fetch me my slippers” or “give me my night -cap” that’s prose?* Philosopher: *Certainly, sir.* Mr. Jourdain: *Well, my goodness! Here I have been talking prose for forty years and I have never known it.*

Till a certain point, the above conversation sounds like meaningful communication. (“You want it in verse no doubt? — No. No. None of your verse for me.”) Only at a crucial point it turns out that the student has no idea of the topic discussed. (“No. I don’t want it in either.”) There is also an implicit criticism about teaching in the above dialogue and this is quite relevant to the Topaze effect. Because of the student’s ignorance, the teacher is forced to teach in an inadequate way. The distinction between verse and prose is a distinction between literary forms. It is quite ridiculous to apply it to everyday language. The philosopher did it as a kind of didactic simplification. The student, lacking the required background to assimilate this (or in the terminology used in this paper, it is not within his ZPD) will handle it in a pseudo-conceptual mode. This mode will prevail also when the student becomes a teacher. Thus, in the second excerpt Mr. Jourdain becomes a teacher and he tries to teach what he just learned to his wife.

Mr. Jourdain: ... *Do you know what you are doing — what you are talking at this very moment?* Mrs. Jourdain: *I’m talking plain common sense — you ought to be mending your ways.* Mr. Jourdain: *That’s not what I mean. What I am asking is what sort of speech are you using?* Mrs. Jourdain: *Speech. I’m not making a speech. But what I’m saying makes sense and that’s more than can be said for your goings on.* Mr. Jourdain: *I’m not talking about that. I’m asking what I am talking now. The words I am using — what are they?* Mrs. Jourdain: *Stuff and nonsense!* Mr. Jourdain: *Not at all. The words we are both using. What are they?* Mrs. Jourdain: *What on earth are they?* Mr. Jourdain: *What are they called?* Mrs. Jourdain: *Call them what you like.* Mr. Jourdain: *They are prose, you ignorant creature!*

It seems to me that no additional comments are needed here since the text speaks for itself.

9 EPILOGUE

I would like to conclude my paper with two comments. The first one is related to the elementary teachers. Observing them in their classes indicates that in most cases they are dedicated people. They do their best to teach mathematics. Sometimes, their best is not good enough mathematically. However, it is useless and pointless to request more than their best. The second comment relates to us, the mathematics education community. My recommendation to focus on aspects of the elementary teacher performance which are not content knowledge or pedagogical content knowledge may look to some of us as a *threat*. Improving mathematical achievements is considered by many of us as our ultimate goal. Do I recommend considering other educational values as the ultimate goal of education? As a matter of fact I do, but it does not matter. There is nothing to worry about. The different educational systems (local, national and international) will not give up mathematical achievements as a *draconian filter* for further studying. Hence, improving mathematical achievements will still get the financial support that many of us look for, and mathematics education research will continue to focus on mathematical achievements. My recommendation, therefore, is only to look at things differently and, from time to time, to remind ourselves the real goal of education — an educated adult.

APPENDIX I: A QUESTIONNAIRE THE PURPOSE OF WHICH IS TO FIND OUT HOW ELEMENTARY MATHEMATICS TEACHER VIEW MATHEMATICS

As I explained in section 5, I made the questionnaire while being guided by two different intentions. The first one was to call or invite a definition which will reflect somehow the dictionary definition. Namely, Mathematics is the science of something. The other intention was to point at a different answer to the question what mathematics is, an answer with a seemingly negative connotation and to see how the respondents cope with it. So here is the questionnaire:

In a conversation between a history teacher and a mathematics teacher at the teacher room the history teacher said: When I studied in high school I was interested in the natural sciences. I studied physics and biology. I understood that physics describes the laws of the physical world (movement, electricity, light, heat and so on) and biology describes the world of animals and plants. On the other hand, my impression about mathematics was that it is a collection of procedures, rules and formulas to be used in order to solve some typical questions given in homework assignments and in some crucial exams (midterm exams, final course exams and the matriculation exams).

What is your reaction to the history teacher's claim?

1. I definitely agree. 2. I agree with a certain reservation. 3. I do not agree but I understand how such an impression was created. 4. I absolutely disagree.

Please, explain your answer! In case you do not agree with the history teacher's claim — please, try to say what mathematics is in your opinion.

Because of space restriction I am not presenting here the full distribution and the analysis of the answers.

APPENDIX II: WHAT IS MATHEMATICS?

The answer to this question depends on the eyes of the beholder. Everybody can express his or her views about it. Thus, perhaps we should ask who is authorized to answer it and to give an authorized answer. In my opinion, the authorized person is a research mathematician. I am aware of the fact that different research mathematicians might give different answers to the question. Nevertheless, since I promised earlier to suggest a definition I am presenting it here, as a mathematical research survivor whose domain was mathematical logic and theory of models. I assume that my mathematical logic background has a certain impact on my perception of mathematics.

If we look at courses which mathematics majors are supposed to complete for their Bachelor degree or Master degree we find out that many of these courses include the word “theory” in their title. For instance: Group Theory, Ring Theory, Number Theory, Game Theory and so on and so forth. Each of these theories relates to a specific *mathematical structure*. So, what is a mathematical structure? Each mathematical structure includes a set of elements about which various statements are made. It can be the set of numbers in the case of Number theory, it can be a set of a group elements in case of group theory, a set of vectors in case of Vector Analysis or a set of complex functions in case of The theory of Functions of Complex Variable and so on and so forth. The elements of the set of the mathematical structure are regarded as *mathematical objects*. Some mathematicians consider them as *abstract objects*. Since I do not want to elaborate on this notion (this may

lead me to a philosophy of mathematics discussion) I will stick to the previous notion — mathematical objects. In order to ease my presentation, let us observe Peano’s Arithmetic as a *generic example*. The set of natural numbers is the set of mathematical elements of this structure. In this set of elements there are two distinguished elements, 0 and 1 (this version of Peano’s Arithmetic includes 0. There is another version that starts the sequence of natural numbers with 1). In addition to the set of numbers the structure has also some operations: unary operation (the successor), binary operations (addition and multiplication) and several more which can be defined by these operations. It has also relations: The equality relation ($=$, a binary relation), the “less than” relation ($<$, a binary relation) and several more that can be defined by means of these; for instance, the divisibility relation ($a \mid b$, a divides b, a binary relation), the “being a prime” relation (a unary relation) and so on and so forth. The Peano’s Arithmetic is, in fact, the collection of all true statements about the above structure. For instance, it includes the statement that there are infinitely many prime numbers. It also includes the statement that any (natural) number can be expressed as a sum of 4 squares of (natural) numbers, and so on. The crucial question here is how the collection of all true arithmetical statements can be reached. The answer is well known to any mathematics major — by the deductive method. This means that we start with some statements about which we know they are true (we try to minimize their number) which are called *axioms*. Then by certain rules of inference we derive additional statements. The inference rules guarantee that if we start from true statements we obtain additional true statements.

I suggest the above as a characterization of specific examples presented to any mathematics major all over the world. I am aware of the fact that it is an over simplification. Because of that it is also inaccurate. However, in order to please the rigorous mathematician I will have to expand it in such a way that it will include a chapter from mathematical logic about first order predicate calculus and also a chapter from model theory and more. So, a reader with a sufficient background will be able to accept it as a schematic illustration. For readers who lack the sufficient background, I am afraid, it will not make sense. Thus, many readers who lack the sufficient background will form their idea about what mathematic is by relying on their own experience. This brings us back to section 5 and the idea that elementary teachers may have about what mathematics is. When discussing this question with people who did not graduate in mathematics (as the majority of elementary mathematics teachers) one can hear that they consider Excel and Sudoku as part of mathematics, they consider Cuisenaire Rods as part of mathematics, they consider other concrete materials as part of mathematics, as well as mathematical education software. They do not distinguish between means to study mathematics and mathematics. Thus also various types of word problems and mathematical riddles are considered as mathematics, where no distinction is made between the mathematics which is required in order to solve these problems and the problems themselves.

BIBLIOGRAPHY

- AUSUBELL, D. *Educational Psychology: A Cognitive View*. Holt, Rinehart and Winston, 1968.
- BALL, D. B., HILL, H. C., BASS, H. Knowing mathematics for teaching. *American Educator*, Fall, 2005, 14–46.

- BROUSSEAU, G., SARRAZY, B. *Glossaire de quelques concepts de la theorie des situations didactiques en mathematiques*. Bordeaux : DAEST, Universite Bordeaux.G, 2002
- CHOPIN, M. P., NOVOTNÁ, J. Contribution of the theory of didactical situations to mathematics education, *The Proceedings of the International Symposium on Elementary Math Teaching at Charles University (SEMT 11)*, Prague, August 21–26, 2001. Eds. Novotná, J., Moraová, H., 2011, 361–363.
- CONFREY, J. Student voice in examining “Splitting” as an approach to ratio, proportion, and fractions. *Proceedings of PME 19*, Recife, Brazil. Vol. 1, 1995, 3–29.
- COURANT, R., ROBINS, H. *What is mathematics?* New York : Oxford University Press, 1948.
- DUDLEY, U. What is mathematics for? *AMS Notices*, May 2010, Vol. 57, (7), 608–613.
- GARDNER, H. *Multiple intelligences: The theory in practice*. New York : Basic Books, 1993.
- GOLEMAN, D. *Emotional intelligence*. Bantam Books, 1995.
- GOULD, S. J. *The Mismeasure of Man*. W. W. Norton & CO Inc., 1981.
- GUBERMAN, R. *The relationship between the developmental level of arithmetic thinking of preservice teachers, and the ability expected from them in meaningful learning*. Unpublished Ph.D. dissertation. Ben Gurion University of the Negev, Israel (Hebrew with an English abstract), 2007.
- HERSH, R. *What is mathematics, really?* Vintage, 1998.
- MOLIERE. The Would-be Gentleman. In: *Five Plays, Translated by John Wood, the Penguin Classics*, 1953. (p. 2 and further), 1670.
- NCTM. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia, 2000.
- PANDISCIO, E. A., KNIGHT, K. C. An investigation into the van Hiele levels of understanding geometry of preservice mathematics teachers, *Journal of Research in Education*, 2011, 20 (1), 45–52.
- PELED, I., BALACHEFF, N. *Beyond realistic considerations: Modeling conceptions and controls in task examples with simple word problems*. *ZDM* 43, 2011, 307–315.
- SCHOENFELD, A. *Mathematical problem solving*. New York, NY : Academic Press, 1985.
- TAPLIN, M. *Teaching values through a problem solving approach*. The INTERNET: A Compilation of Papers by Dr. Margaret Taplin, 2002, 72–88.
- TIROSH, C. *The ability of prospective teachers to prove or to refute arithmetic statements*. Unpublished Ph.D. dissertation. Hebrew University of Jerusalem, Israel (Hebrew with an English abstract), 2002.
- VINNER, S. The pseudo-conceptual and the pseudo-analytical thought processes in mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics* 34, 1997, 97–129.

VINNER, S. *From solving equations to the meaning of life: mathematics, rationality and values*. ZDM 39, 2007, 183–189.

VINNER, S. Some missing dimensions in mathematics teacher education. In D. Ti-rosh, T. Wood (Eds), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education, Vol. 2: Tools and Processes in Mathematics Teacher Education*, Sense Publisher, 2008, 305–320.

VINNER, S. *The role of examples in the learning of mathematics and in everyday thought processes*. ZDM 43, 2011, 247–256.

VINNER, S. What should we expect from somebody who teaches mathematics in elementary schools. *The Proceedings of the International Symposium on Elementary Math Teaching at Charles University (SEMT 11)*, Prague, August 21–26, 2001. (Eds) Novotná, J., Moraová, H., 2011, 31–43.

VYGOTSKY, L. *Thought and language* (English translation). Cambridge, MA : MIT Press, 1986.

WITTMANN, E. C. Mathematics Education as a “Design Science”, *Educational Studies in Mathematics* 29, 1995, 355–374.

YAARI, M. *Personal communication*. 2005.

Shlomo Vinner – E-mail: vinner@vms.huji.ac.il

Hebrew University of Jerusalem, Ben Gurion University of the Negev and Achva College of Education, Israel

Postoj žáků k předmětu chemie na středních odborných školách

Martin Rusek

Abstrakt

Tento článek je příspěvkem k procesu mapování edukační reality výuky chemie na středních odborných školách nechemického zaměření. Jeho hlavním cílem bylo zjistit postoje žáků středních odborných škol k chemii jako vědě a školnímu předmětu. V rámci zkoumání postojů žáků byla sledována i orientace žáků v náplni učiva chemie a jejich názor na užitečnost oboru pro jejich život. Výsledky orientačního průzkumu jsou dány do souvislosti s dosavadními poznatky o edukační realitě na těchto typech škol a slouží jako důležitá informační základna pro další výzkum.

Klíčová slova: postoj žáků k chemii, výuka chemie, střední odborné školy nechemického zaměření, dotazníkové šetření, motivace, motivační prvky.

Pupils' Attitude to the Subject of Chemistry at Secondary Vocational Schools

Abstract

This paper is a contribution to the process of mapping the education reality at nonchemical vocational schools. The main objective of this article was to investigate nonchemical vocational schools students' attitudes towards Chemistry like science and like a school subject. Further, the students' orientation in the content of the subject and their opinion of usefulness of the findings for their life is investigated. Results of the orientation survey are set into present findings about the educational reality at this type of schools. The implications of results are also used as the basis for further research.

Key words: students' attitudes towards chemistry, chemistry education, non-chemical vocational schools, questionnaire survey, motivation, motivational elements.

ÚVOD

České školství prochází v současné době rozsáhlou kurikulární reformou. Jedním z jejích hlavních pilířů je tvorba nových kurikulárních dokumentů, rámcových vzdělávacích programů (RVP). Základní vzdělávání není z hlediska RVP nijak diferencováno, zvláštní pozornost je věnována pouze žákům se speciálními vzdělávacími potřebami. Střední vzdělávání se oproti tomu vyznačuje značnou rozmanitostí.

Střední vzdělávání je děleno na vzdělávání všeobecné a vzdělávání odborné. Vzdělávací standardy pro střední všeobecné vzdělávání (tj. vzdělávání gymnaziální) jsou děleny pouze na RVP pro gymnázia (RVP G), RVP pro gymnázia se sportovní přípravou a v současnosti i RVP pro dvojjazyčná gymnázia. Naproti tomu RVP pro střední odborné vzdělávání (SOV) je diferencován mnohem více, a to z důvodu rozmanitosti oborů vzdělání. Z původních 800 oborů vzdělání vzniklo v současnosti 275 širěji pojatých *RVP pro obory vzdělání středního odborného vzdělávání* (RVP SOV).

Další podstatný rozdíl mezi RVP G a RVP SOV je v obsahu samotného vzdělávacího programu. RVP se oproti předcházejícím vzdělávacím standardům vyznačují obecnějším popisem požadavků na výstupy vzdělávání. Z hlediska skladby předmětů se RVP G oproti předešlým vzdělávacím standardům příliš nezměnily. V RVP SOV, jež je děleno na odbornou složku (charakteristickou pro konkrétní obory SOV) a složku všeobecnou (víceméně shodnou napříč jednotlivými obory SOV), došlo ke zvýšení důrazu na všeobecně vzdělávací předměty. Do RVP SOV tak byly zařazeny zcela nové vzdělávací oblasti a žákům (mnohdy) přibyly předměty, které jejich předchůdci neměli.

Jednou z nově přidaných oblastí je *Přírodovědné vzdělávání* (PřV), které zahrnuje předměty fyzikální, chemické a biologické povahy. Podle analýzy provedené k přiblížení problematiky rozmanitosti RVP SOV (Rusek, 2011) je PřV zařazeno až do 80 % oborů vzdělání středního odborného vzdělávání, přitom do mnoha oborů zcela nově. Závažnost zkoumané oblasti dokládá i fakt, že odborným školstvím v současnosti prochází přibližně 75 % všech žáků středních škol (viz Vojtěch, Chamoutová, 2010).

EDUKAČNÍ REALITA NA STŘEDNÍCH ODBORNÝCH ŠKOLÁCH (SOŠ)

Termín edukační realita je v tomto článku chápán v celé svojí šíři; definují jej tak Průcha a kol. (2001). Jedná se o úsek objektivní skutečnosti, ve kterém probíhají edukační procesy. Tato skutečnost je tedy ovlivňována nejen učitelem a učícím se subjektem, ale i podmínkami, ve kterých edukace probíhá (Průcha a kol., 2001).

Právě prostředí, ve kterém výuka probíhá (výuka pouze v jednom ročníku, nízká dostupnost pomůcek, nízká aprobovanost učitelů apod.), je pro didaktiku chemie nové. Tuto situaci je proto zapotřebí podrobně zkoumat, a proto ji náš odborný tým věnuje soustředěnou pozornost. V tomto směru bylo provedeno několik analýz, průzkumů a sond zaměřených přímo na kurikulární dokumenty (RVP SOV) nebo na podmínky výuky (Rusek, 2010a, 2011; Rusek et al., 2010). Možnými přístupy k výuce na zkoumaných typech škol se také zabývají Janoušková, Maršák a Pumpr (2010, 2011). Podpora SOV prostřednictvím časopisu *Odborné vzdělávání* i podpora v oblasti tvorby Školních vzdělávacích programů (projekt *Kurikulum S*) je poskytována Národním ústavem odborného vzdělávání – složkou Národního ústavu pro vzdělávání.

Doposud byla o edukační realitě výuky chemie na SOŠ nechemického zaměření publikována následující zjištění:

- Do prvního ročníku SOŠ a SOU nastupuje přibližně 75 % žáků SŠ (viz Vojtěch, Chamoutová, 2010).
- Přírodovědné vzdělávání (PřV) je jako všeobecně vzdělávací oblast (tj. okrajová oblast) vyučováno v 75 % RVP SOV¹ (viz Rusek, 2011).
- Ve většině oborů vzdělání je PřV okrajovou oblastí s dotací 4 vyučovacími hodinami týdně (chemie je tak vyučována celkově v 1–2 vyučovacími hodinách týdně, což celkově činí přibližně 30/60 vyučovacími hodinami) (Rusek, Pumpr, 2009; Rusek, 2011).
- Chemie je vyučována nejčastěji jen v prvním ročníku SOŠ (Rusek, Pumpr, 2009; Rusek, 2011).
- Výuka chemie je ztížena absencí pomůcek, specializovaných učeben a nedostatkem odpovídajících učebnic (Rusek, Pumpr, 2009; Rusek, 2010a).

Pro představu o prostředí, ve kterém výuka na SOŠ probíhá, jsou velmi důležité i výsledky získané průzkumem studijních výsledků žáků prvních ročníků v přírodovědných předmětech, provedeným v roce 2009 (viz Rusek, et al., 2010). Výsledky průzkumu jsou uvedeny v tabulce č. 1. Průzkum byl proveden ve všech středních školách spravovaných Středočeským krajem ($N = 6\,431$). Zkratka SOŠ-M v tabulce značí obory SOV zakončené maturitou, zkratka SOŠ-V značí obory SOV zakončené výučním listem a značka SOŠ-PřV značí obory SOV zaměřené na *Přírodovědné vzdělávání*.

Tab. 1: Studijní výsledky žáků v přírodovědných předmětech, zdroj: Rusek, et al., 2010

| Studijní výsledky žáků – přírodovědných předmětů | | | | | |
|--|--------|--------|-------|------------|------------------|
| kategorie | průměr | median | modus | počet žáků | proc. počet žáků |
| gymnázia | 1,57 | 1,33 | 1,33 | 1 116 | 17 % |
| lycea | 1,74 | 1,67 | 1 | 417 | 7 % |
| SOŠ-M | 2,23 | 2,33 | 2 | 2 850 | 44 % |
| SOŠ-PřV | 2,37 | 2,33 | 2,33 | 162 | 3 % |
| SOŠ-V | 3,13 | 3,33 | 3 | 1 886 | 29 % |

Podmínky výuky spoluvytváří samozřejmě i vyučující. Součástí průzkumu školní úspěšnosti byl i průzkum aprobovanosti učitelů. Výsledky uvedené v tabulce č. 2 dokládají, jak rozdílná je edukační realita na G a na SOŠ. Zkratky apr. a neapr. značí aprobovaného a neaprobovaného pedagoga, zkratka DPS pedagogy, kteří absolvovali doplňkové pedagogické studium.

rozdělovat na didaktiku chemie na gymnázium a didaktiku chemie na SOŠ (viz Rusek, Pumpr, 2009). Dosavadními průzkumy byla zmapována jen malá část edukační reality. Negativní postoj k chemii, nedostatečná představa o náplni předmětu

¹Mezi tyto RVP SOV nejsou započteny programy, ve kterých je zařazení PřV do rozvrhu volitelné.

Tab. 2: Aprobovanost učitelů chemie

| Aprobovanost učitelů chemie | | | |
|-----------------------------|----------|---------|---------|
| Typ SŠ | apr. | DPS | neapr. |
| | gymnázia | 75,00 % | 25,00 % |
| lycea | 80,00 % | 20,00 % | 0,00 % |
| SOS PrV | 50,00 % | 25,00 % | 25,00 % |
| SOS-M | 55,00 % | 30,00 % | 15,00 % |
| SOS-V | 30,00 % | 10,00 % | 60,00 % |

i nízké motivační přesvědčení žáků (viz např. Dytrtová, 2011; Rusek, Pumpr, 2009) byly pouhými, byť z praxe vycházejícími předpoklady. Tyto je zapotřebí dokázat výzkumem. Na základě výstupů výše uvedených průzkumů byl formulován výzkumný problém:

Jaký je postoj žáků SOŠ nechemického zaměření vůči chemii?

Podle typů výzkumných problémů, jak je vymezil Gavora (2000), se jedná o problém deskriptivní. Tento typ výzkumných problémů vylučuje formulaci hypotéz (viz Gavora, 2000).

Pojmem *SOŠ nechemického zaměření* je označován takový obor vzdělání SOV, ve kterém je na oblast přírodovědného vzdělávání v RVP SOV předepsáno méně než 7 vyučovacích hodin týdně.

Postoj žáků k přírodovědným předmětům je získaný motiv, vyjadřující jejich vztah k daným předmětům a v nich prováděným činnostem (viz Čáp, Mareš, 2001.) Postoj zahrnuje tři složky:

- poznání oboru a názory na něj,
- citové ohodnocení (sympatie, antipatie, popř. lhostejnost),
- pobídku k jednání či k chování v souladu s názorem a emočním hodnocením, popřípadě návyk činnost provádět (Čáp, Mareš, 2001).

Z uvedené definice je zřejmé, že velmi podstatnou složku edukace tvoří právě postoje. Kladné postoje k přírodním vědám jsou totiž nezbytné k zachování trvale udržitelného rozvoje nejen v jeho ekologickém smyslu. Některé postoje se vztahují k hodnotám společnosti (Čáp, Mareš, 2001), čímž nepřímo souvisejí s jejím celkovým chováním a přeneseně i s politickými rozhodnutími, která mohou mít na Zemi fatální dopad.

Výzkumná otázka úzce souvisí s motivací žáků. Pobídky k aktivní činnosti, jež vycházejí z pozitivního postoje k přírodovědným předmětům – motivace k učení – jsou souborem hybných činitelů v činnostech, prožívání i chování osobnosti (Hrabal, a kol., 1984). Pro samotné vyučování je motivace chápána jako souhrn toho, co žáka pobízí k tomu, aby něco dělal, nebo toho, co mu v činnosti zabraňuje (Čáp, Mareš, 2011). Právě motivovanost žáků SOŠ učit se chemii (a dalším předmětům) je v závislosti na mnoha faktorech velmi nízká (viz Rusek, Pumpr, 2009).

Přední autoři odborné literatury zaměřené na psychologii (např. Hrabal, et al., 1984; Čáp, Mareš, 2001) uvádějí motivaci jako podstatnou složku vzdělávacího procesu. Ke zpřesnění představy o edukační realitě proto přispívá i informace o motivačním přesvědčení žáků. To hraje v edukačním procesu významnou roli.

K tomu, aby se žáci vyznali v nových učebních situacích, využívají svá přesvědčení a implicitní (neuvědomovaná) pojetí vztahující se k motivaci. Termínem motivační pojetí (Hrabal, et al., 1984) nebo motivační přesvědčení (Boakertsová, 2005) jsou označovány názory, soudy a hodnoty žáků, vztahující se k věcem, událostem, oblastem učiva nebo vyučovacím předmětům. Žáci mají větší zájem o činnosti, o nichž si myslí, že pro ně mají potřebné kompetence, nebo které považují za hodnotné. Žáci, kteří si vytvořili příznivá motivační přesvědčení, si cení možnosti naučit se nové dovednosti. Je velká pravděpodobnost, že budou mít zájem zapojit se do činností zaměřených na procvičení a použití získaných dovedností (Boakertsová, 2005).

Obecným předpokladem je, že chemie je považována za méně oblíbený předmět, tedy takový, ke kterému se vztahuje pouze nízké motivační přesvědčení (např. Rusek, Pumpr, 2009). Stejně jako ve světě, i v České republice se projevuje úbytek zájmu žáků/studentů o přírodovědné a technické disciplíny (vyjma stavebnictví). Také výsledky provedených výzkumů uvedených níže dokládají, že chemie patří ve škole mezi méně oblíbené předměty.

Potvrzení tohoto předpokladu i pro SOŠ by se pak stalo teoretickým opodstatněním současných snah optimalizace výuky chemie na SOŠ (viz např. Janoušková, a kol., 2010, 2011).

Řešení výzkumného problému je důležité pro volbu dalších přístupů vedoucích k zefektivnění výuky učiva chemické povahy na SOŠ nechemického zaměření.

PŘEHLED PROVEDENÝCH VÝZKUMŮ ZAMĚŘENÝCH NA POSTOJ ŽÁKŮ SOŠ K CHEMII

V České republice nebyl doposud proveden výzkum zaměřený na postoje žáků SOŠ nechemického zaměření k přírodovědným předmětům v tomto novém pojetí, jelikož se cílová skupina – žáci SOŠ nechemického zaměření (viz Rusek, Pumpr, 2009) – teprve formuje a bude ji možné postihnout až po 1. 9. 2012, kdy budou RVP SOV platit již pro všechny první ročníky. Většina zahraničních výzkumů zaměřených na postoje žáků (viz níže) není z hlediska odlišného stylu výuky v českém prostředí využitelná. Důvodem je jiné pojetí přírodovědného vzdělávání. V českých podmínkách se žáci s kompletní trojicí předmětů, které tradičně tvoří přírodovědné vzdělávání (fyzika, chemie, biologie), setkávají až v posledních ročnících základní školní docházky (na rozdíl od žáků např. ve Velké Británii, Spojených státech či Skandinávii). Tato skutečnost znemožňuje úplné porovnání výsledků žáků z mezinárodních šetření, zaměřených na tuto problematiku.

Výsledky zahraničních výzkumů jsou přesto hodnotné a je možné se jimi nechat inspirovat. Nejčastěji používanými dotazníky jsou MSIMSQ, PISA, ROSE, SAI a SAI-II, SIMSQ, TIMSS nebo ToRSA. Projekt ROSE má přesah do výzkumné praxe i v ČR (viz Bílek, a kol., 2005). Ve střeoevropském kontextu byly dále provedeny výzkumy postojů žáků k biologii/přírodopisu (Prokop, et al., 2007; Vlčková, 2011). Přímo postojem žáků k chemii se zabýval např. výzkum Salta & Tzougraki (2004).

Všechny z uvedených výzkumů jsou výzkumy kvantitativní. Většina z nich je založena na odpovědích žáků na dotazníkové otázky prostřednictvím vyjádření postoje k výroky. Jelikož se v první etapě zjišťování orientace žáků v náplni učiva chemie a jejich názoru na užitečnost oboru pro jejich život jedná pouze o výzkum orientační, byl zvolen zjednodušený přístup.

METODOLOGIE

POVAHA PRŮZKUMU A TVORBA DOTAZNÍKU

Z výše uvedených dotazníků (pro své zaměření převážně Salta a Tzougraki, 2004; Hassan, 2008 a Prokop, et al., 2007) byl vytvořen seznam otázek používaných ke zjišťování postojů žáků k přírodovědným předmětům (chemii), motivace žáků k učení se chemii atd. Ve snaze vytvořit dotazník co nejjednodušší na vyplnění, byly formulovány čtyři otevřené otázky, které by umožnily žákům dostatečně se vyjádřit. Volené otázky jsou v souladu s teorií uvedenou v kapitole 3., zároveň odpovídají zjištěným časovým možnostem na SOŠ.

Formulovány byly tyto dotazníkové položky:

1. *Co je podle Vás chemie a čím se zabývá?* – Tato otázka byla zařazena ke zjištění představy žáků o chemii jako celku. Názor či soud o předmětu musí být zákonitě podložen alespoň rámcovou představou o jeho náplni.
2. *Co Vás na chemii na ZŠ nejvíce zaujalo?* – Cílem této otázky bylo zjistit, které kapitoly z učiva chemie byly pro žáky na ZŠ nejzajímavější. Pro učitele chemie mohou získané odpovědi sloužit jako vodítko, co do výuky zařadit.
3. *K čemu je chemie běžnému člověku užitečná?* – Otázka, objevující se v různých variacích ve všech výše zmíněných dotaznících, je odrazem jedné ze složek motivačního přesvědčení žáků.
4. *Oznámkuje chemii známkou 1–5.* – Například v dotaznících PISA (viz Palečková, a kol., 2007) je voleno porovnávání předmětů mezi sebou. Ve snaze co nejvíce zkrátit výslednou verzi dotazníku byl zvolen tento způsob devítistupňové Likertovy škály 1-5 s mezistupni (1/2, 2/3, apod.).

Přestože se jednalo o otázky otevřené, bylo možno během vyhodnocování vytvořit kategorie, do kterých odpovědi žáků spadaly. Jako kategorie byly vybrány pojmy nebo skupiny svou povahou podobných pojmů, které byly uvedeny alespoň třikrát v prvních deseti analyzovaných dotaznících. Následující a častěji se opakující pojmy byly doplněny mezi kategorie. Jen velmi zřídka se v odpovědi našly údaje nesmyslné nebo vybočující ze stanovených kategorií; na takové nebyl brán zřetel. Přestože byl využit dotazník, nástroj využívaný převážně v kvantitativním výzkumu, jedná se spíše o průzkum kvalitativní a to podle definice Švaříčka, Šedové a kol. (2007), založené na metodě usuzování. Jak bude přiblíženo dále, jednotlivé kategorie odpovědí byly tvořeny indukci. Následoval pak klasický kvantitativní způsob vyhodnocení dat.

POSTUP

Průzkum byl proveden na začátku školního roku 2010 na dvou pražských SOŠ nechemického zaměření. V obou případech se jednalo o žáky studující ekonomicky zaměřené obory. Tito žáci představují záměrný výběr, konkrétně výběr dostupný (viz Gavora, 2000). Velikost vzorku představuje 195 žáků v oborech obchodní akademie (63-41-M/02) a ekonomické lyceum (78-42-M/02).

Didakticky zajímavá data je možné získat opakováním tohoto průzkumu. Žákům jedné z uvedených středních škol byl tentýž dotazník zadán i na konci školního roku. Výsledky nebyly ještě v době psaní příspěvku zpracovány.

HLAVNÍ PRŮZKUM

Získaná data byla analyzována v programu Microsoft Excel. Jak již bylo zmíněno, dotazník byl koncipován pro stručné odpovědi. Ty se s drobnými odlišnostmi opakovaly. Bylo tak možné v rámci jednotlivých otázek (1, 2, 3) určit logické kategorie, do kterých odpověď žáka spadala.

Tyto kategorie jsou uváděny přímo u jednotlivých otázek. Nespisovné pojmy jako názvy kategorií jsou úmyslně ponechány. Cílem je čtenáři co nejvíce přiblížit získané údaje.

OTÁZKA 1. CO JE PODLE VÁS CHEMIE A ČÍM SE ZABÝVÁ?

Podle Vacíka et al. (1999) je chemie *přírodní věda o složení a struktuře látek ve vztahu k jejich chování*. Podle Blažka a Fabiniho (1984) je chemie *přírodní, experimentální věda o látkách, jejich vnitřní struktuře a vlastnostech, o jejich reakcích a jevech, které průběh těchto reakcí doprovázejí*.

Odpovědi žáků byly roztříděny do sedmi kategorií (vyznačeno tučně). Všechny klíčové pojmy definice chemie (Vacík, 1999; Blažek, Fabini, 1984) byly žáky zmíněny.

Příklady odpovědí žáků v jednotlivých kategoriích:

život, příroda, naše okolí – např. „Chemie je věda, která se zabývá přírodou.“

- **vzorce, složení látek** – např. „Chemie jsou vzorce a sloučeniny.“
- **věda**
- **prvky, látky, atomy, sloučeniny** – např. „Chemie zkoumá různé látky a prvky a jejich složení.“
- **pokusy** – „Chemie je věda o pokusech.“ (pozn.: odpovědi „experimentální věda“ byly řazeny také sem)
- **pochody a reakce, děje, procesy** – např. „Chemie je věda, která se zabývá látkami a jejich přeměnou.“
- **nesmysl** – např. „Chemie mě nebaví a je k ničemu.“; „Chemie je nesmysl.“

Příklady zařazení odpovědí žáků do vybraných kategorií:

„Chemie je věda o různých látkách kolem nás.“ ⇒ Žák ve své odpovědi uvedl pojmy z 3 kategorií: *věda-látky-život, příroda, naše okolí*

„Je to podle mne věda zabývající se látkami a jejich přeměnami.“ ⇒ *věda-látky-pochody, reakce, děje*

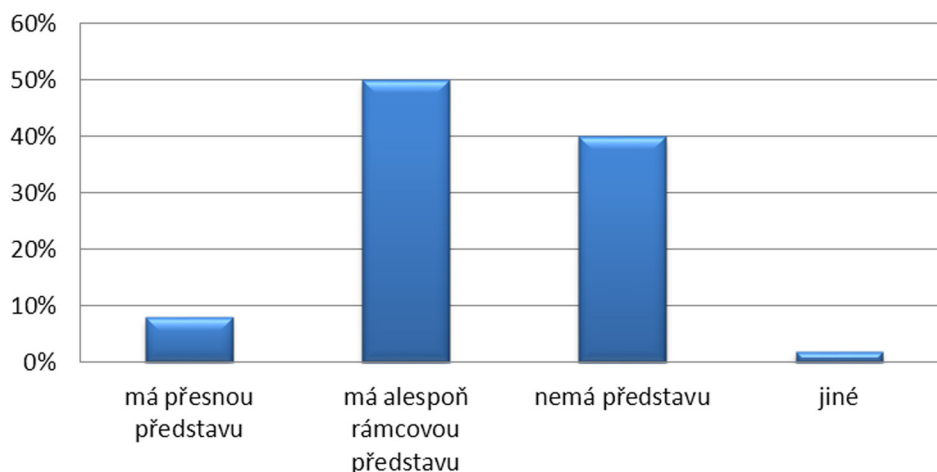
„Chemie se zabývá vším, co je kolem nás (výrobky, produkty).“ ⇒ *život, příroda, naše okolí*

Tato otázka je ve srovnání s ostatními odlišná, jelikož posouzení odpovědi žáka nespočívá pouze ve vyhodnocení jednotlivé kategorie, ale jejich průniku. Žák, který má *představu* o tom, co je chemie, ve své odpovědi uvedl pojmy ze čtyř a více kategorií. *Alespoň rámcovou představu* mají ti žáci, kteří uvedli tři nebo dva z klíčových pojmů definice (např. „Chemie je věda o látkách.“). Žáci, kteří *nemají představu*, uvedli jeden, nebo neuvedli žádný z klíčových pojmů definice chemie, nebo neuvedli relevantní odpověď.

Z grafu č. 1 je patrné, kolik žáků má přehled o oboru zkoumání chemie.

Bylo zjištěno, že polovina žáků má alespoň rámcovou představu o náplni předmětu. Alarmující množství – 40 % – však prakticky netuší, jakému předmětu se budou učit.

Co je podle Vás chemie a čím se zabývá?



Graf 1: Analýza výsledků otázky 1, zdroj: autor

OTÁZKA 2. CO VÁS NA CHEMII NA ZŠ NEJVÍCE ZAUJALO?

Motivační přesvědčení logicky vzrůstá s atraktivitou probíraného učiva. Jestliže žáci učivo vnímají jako zajímavé, potom bude pravděpodobnější aktualizace afiliace než nudy (Hrabal, et al., 1984); dochází tak k utváření pozitivních motivačních přesvědčení.

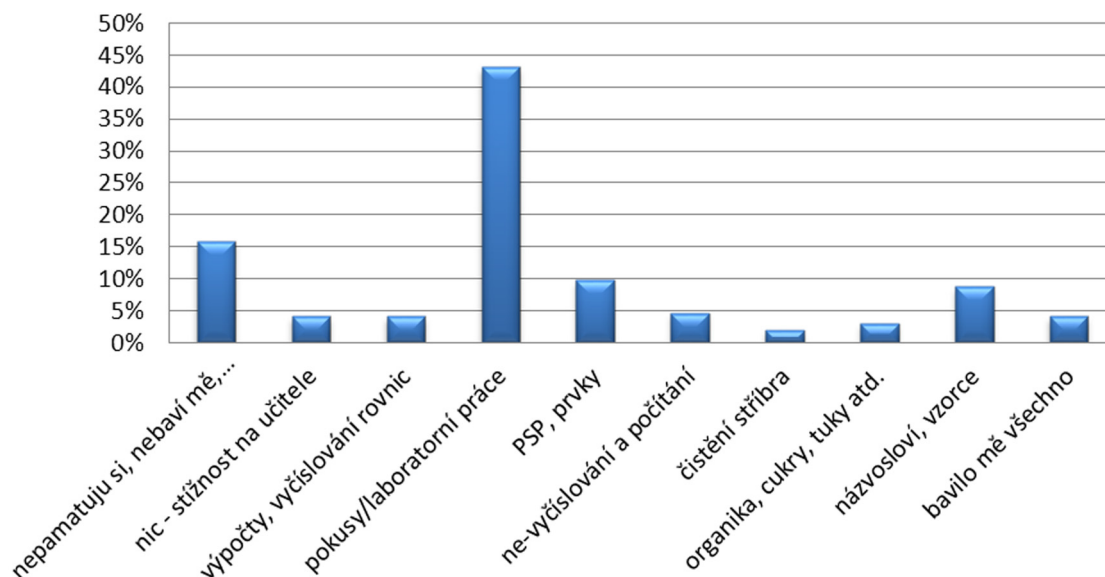
Žáci na následující otázku odpovídali v rámci těchto devíti kategorií (vyznačeno tučně).

Co Vás na chemii na ZŠ nejvíce zaujalo?

- **nepamatuji si, nebaví mě, nezajímá**
- **stížnost na učitele** – často související s odpovědí na čtvrtou otázku, např. „Nic nás nenaučila.“
- **výpočty**
- **pokusy, laboratorní práce**
- **PSP** – periodická soustava prvků, prvky
- **NE-vyčíslování chemických rovnic a počítání** – např. „Chemie mě bavila, ale nesnáším vyčíslování rovnic.“
- **čistění stříbra** – překvapivě se opakující odpovědi k užitečnosti chemie i na bytému poznatku
- **názvosloví** – např. „Pamatuju si ný, natý, itý, . . .“ nebo dokonce „názvosloví – je geniální.“
- **bavilo mě všechno**

Z grafu č. 2 je patrné, co na učivu chemie žáky nejvíce baví, popř. nebaví. Pouze 16 % žáků uvedlo, že je na chemii nic nezaujalo. Oproti tomu 43 % dotázaných jako nejvíce podnětné uvedla pokusy nebo laboratorní práce, 10 % žáků zaujalo učivo o prvcích a/nebo periodické soustavě prvků a cca 10 % žáků zaujalo názvosloví a tvorba vzorců sloučenin. Z odpovědí je zřejmé, že i v okrajovém předmětu je možné najít témata, která žáky zajímají.

Co Vás na chemii na ZŠ nejvíce zaujalo?



Graf 2: Analýza výsledků otázky 2, zdroj: autor

OTÁZKA 3. K ČEMU JE CHEMIE BĚŽNÉMU ČLOVĚKU UŽITEČNÁ?

Již v úvodu předchozí kapitoly byla zmíněna role pozitivního motivačního přesvědčení. Má-li žák pocit, že se učí něco užitečného, vytrvá, i když se setká s překážkami. Projevuje se u něj kvalitnější složka motivace – motivace vnitřní (Hrabal, et al., 1984). Žáci by v ideálním případě měli chápat jednotlivé úkoly a činnosti jako smysluplné – učitel poukazuje na jejich vnitřní (intrinsickou) hodnotu a možné aplikace jak v jiných školních předmětech, tak v životě mimo školu. Toho lze docílit prezentováním kurikula v podobě, v níž je žáci uvidí jako soubor užitečných a zajímavých dovedností (Boakertsová, 2005).

Zjištění, jakým způsobem žáci nahlíží na užitečnost chemie pro ně samotné, může sloužit jako indikátor toho, jak se učitelé chemie na ZŠ dařilo ve výuce žákům propojovat teorii s praxí. Výuka chemie, aby velmi rychle se rozvíjejícího a v současnosti již všechny sféry lidského života prostupujícího oboru, by měla být o to snazší. Učitelé mají k dispozici nespočet příkladů – odkazů na praxi.

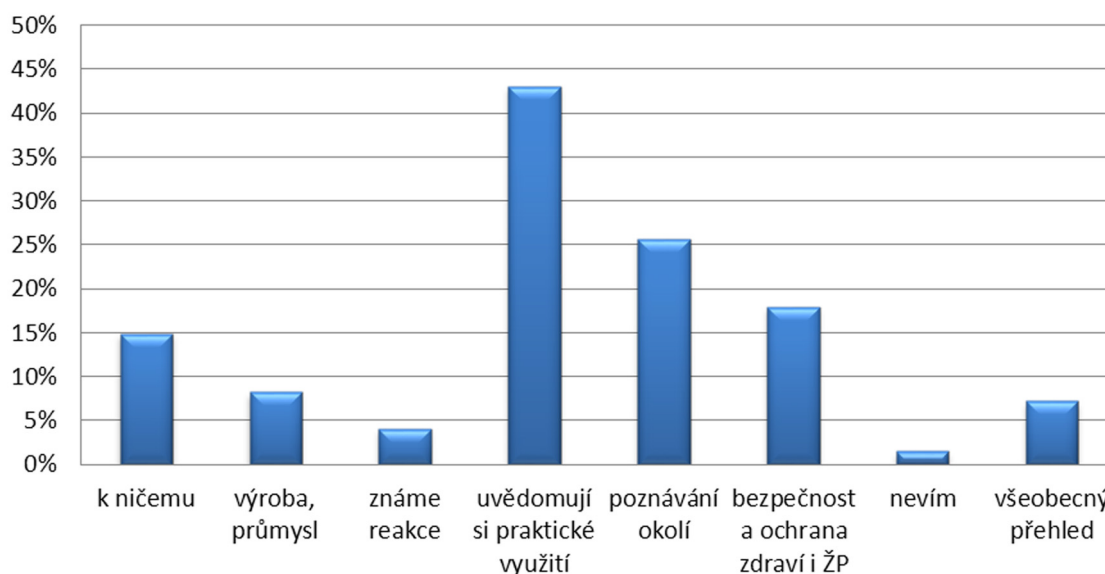
K čemu je chemie běžnému člověku užitečná?

Žáci na uvedenou otázku odpovídali v rámci těchto osmi kategorií (vyznačeno tučně).

- **k ničemu** – např. „Běžnému člověku asi nijak, já jsem jí zatím mimo školu nepoužil.“
- **výroba a průmysl** – např. „Díky chemii se vyrábí oblečení, plasty a vše kolem nás.“
- **znalost reakcí chemických látek** – např. „Je dobré vědět, jak co probíhá atd.“
- **uvědomují si praktické využití v každodenním životě** – např. „Abychom například věděli, co jíme, z čeho jsou léky atd.“ „Chemie může ničit různé druhy bakterií a může i léčit různé nemoci.“ „Díky chemii mám laky na vlasy.“ „Umím vyčistit stříbro.“

- **lepší poznání okolí** – např. „Chemie je všude kolem nás.“ (chemické reakce, např. dýchání); poznání dějů v přírodě
- **bezpečnost a ochrana zdraví** – např. „Myslím si, že chemie je opravdu pro člověka důležitá. Když ji zná, vyvaruje se tak nebezpečným látkám, které by ho mohly ohrozit.“ „Třeba je dobrá k ochraně nás samotných. Mnoho látek je nebezpečných, a bez chemie bychom mohli být nějak zraněni.“
- **nevím**
- **všeobecný přehled** – žáci vnímají znalosti z chemie jako součást všeobecného přehledu

K čemu je chemie běžnému člověku užitečná?



Graf 3: Analýza výsledků otázky 3, zdroj: autor

Z grafu č. 3 vyplývá, že více než 80 % (součet kategorií) žáků alespoň částečně chápe význam chemie. Praktické využití chemie si uvědomují 43 % dotazovaných. Více než 25 % respondentů také zdůraznilo užitečnost chemie v poznávání svého okolí.

OTÁZKA 4. OZNÁMKUJTE CHEMII ZNÁMKOU 1–5 (1 – NEJLEPŠÍ, 5 – NEJMÉNĚ OBLÍBENÁ)

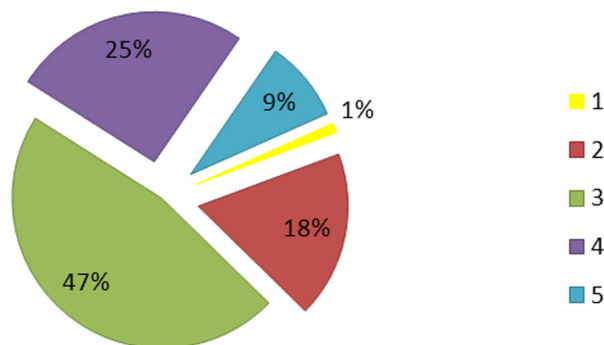
Je-li motivační přesvědčení definováno jako názory, soudy a hodnoty žáků vztahující se k vyučovacím předmětům, je možné výsledky získané poslední otázkou dotazníku považovat za číselné vyjádření motivačního přesvědčení žáků vůči chemii.

Průměrná známka je 3,16, modus i medián jsou 3, směrodatná odchylka 0,89. Zastoupení jednotlivých známek je znázorněno grafem č. 4.

DISKUSE

Vzorek 195 žáků představuje cca 6 % žáků prvních ročníků SOŠ Středočeského kraje, které končí maturitní zkouškou. Jedná se o výběr dostupný (Gavora, 2000),

Ozámkuje chemii známkou 1 –5



Graf 4: Analýza výsledků otázky 4, zdroj: autor

čímž opět mohlo dojít ke zkreslení výsledků (jednalo se o ekonomicky zaměřené obory). Získané výsledky jsou tak pouze orientační.

Ke zkreslení při vyhodnocování dotazníků došlo u těch odpovědí, které nebyly zřetelně formulované, nebo byly svým charakterem ojedinělé. K drobným nepřesnostem došlo také pravděpodobně snahou zařadit odpovědi žáků do výše uváděných kategorií, přestože byly formulovány jiným způsobem. K dalšímu zkreslení mohlo také dojít zařazením i těch odpovědí, které byly žáky myšleny jako recese (pravděpodobně otázka užitečnosti chemie).

Přes výše uvedená zkreslení je z výsledků možné vyvozovat následující:

Řešením výzkumného problému: *Jaký je postoj žáků SOŠ nechemického zaměření vůči chemii?* bylo prokázáno, že **postoje žáků SOŠ nechemického zaměření k chemii jsou spíše negativní**, chemie patří na SOŠ k méně oblíbeným předmětům. V odpovědích respondentů se cca v 10 % vyskytla poznámka ke zhoršenému hodnocení předmětu pro nevhodný přístup učitele. Zajímavé také je, že známkou 3 hodnotili chemii i ti respondenti, kteří ji přímo označili za užitečný obor. Výsledky ukazují, že chemie je žáky považována za obor, kterým se člověk zabývá a využívá jej, nikoli už jako obor, který je úzce spjat s životem člověka a jehož znalost je tak v každodenním životě užitečná. Posun do této oblasti by v tomto případě mohl přinést lepší výsledky ve vzdělávání zvýšením motivace žáků k učení se předmětu.

Dalším zajímavým rysem zřetelným z výsledků dotazníků je oblíbenost školního experimentu. Z celkového počtu respondentů jich 43 % uvedla, že je pokusy na ZŠ bavily. Téměř 23 % těchto žáků přesto nevidí užitečnost chemie pro běžného člověka. Tento stav je důkazem rozšířeného omylu mezi učiteli chemie – domnění, že stačí provést pokus. Provádění „pokusu pro pokus“ je oborovými didaktiky soustavně kritizováno jako neefektivní, což dokládají i výsledky tohoto orientačního průzkumu. Je zapotřebí z pokusu zjišťovat další fakta, vyvozovat širší závěry a daný jev uplatňovat na příkladech z praxe (viz např. Pumpr, et al., 2008). Motivovat žáky vhodně provedeným školním experimentem je však v podmínkách SOŠ poměrně problematické. Jak bylo uvedeno výše, nedostatečné materiální zázemí ve většině případů provádění experimentů znemožňuje. Motivace žáků v předmětu je tak opět zeslabena.

Učitelům se v takovém případě nabízejí dvě možnosti. První z nich je využití ICT a promítnutí pokusu. Tato varianta má své klady i zápory (viz např. Škoda, Doulík, 2009). Druhou variantu nabízí *přenosná laboratoř*, kufrík vytvořený pro podobné školní podmínky a obsahující chemické nádoby, potřebné chemikálie i metodickou příručku (viz Rusek, a kol., 2010b)

Ve třetí otázce se několikrát vyskytla odpověď značící vztah mezi budoucím povoláním a okrajovým předmětem. Tato otázka, známá učitelům chemie na nechemicky zaměřených oborech – K čemu mi chemie bude? – je příkladem nesnadné pozice učitele okrajového předmětu. Cílem žáků je často pouze předmětem projít, mnozí chemii také hodnotili jako předmět „dobrý ke zhoršení průměru“. Je tedy patrné, že pokud jsou žáci motivováni k práci v hodinách chemie, jde o pouze motivaci vnější. „Já ji nebudu potřebovat“, zněly také odpovědi dotázaných. Tento postoj pravděpodobně spočívá v nepochopení trhu práce i hodnot současné společnosti. Právě prostřednictvím životu blízkých poznatků, vysvětlitelných prostřednictvím znalosti chemie, mohou tito žáci změnit svůj názor a rozšířit si tak všeobecný přehled.

Chemii jako předmět, jehož poznatky patří do všeobecného přehledu, hodnotilo pouze 7 % dotázaných. Odpovědi můžou být opět zkreslené formulací, kterou používali vyučující těchto žáků.

Stávající skutečnost je opodstatněním pro vynechání kategorie zaměřené na kariéru spojenou s chemií, která je zařazena v analyzovaných průzkumech postojů žáků k přírodovědnému vzdělávání/chemii. Žáci na SOŠ již provedli rozhodnutí o směru své kariéry, přičemž pravděpodobnost, že by je měnili již v prvním ročníku, je velice malá.

Přes zjištěné negativní rysy – nízké motivační přesvědčení i postoj k chemii bylo zjištěno několik kladných informací. Nejmarkantnější z nich je, že cca 20 % dotázaných žáků uvedlo důležitost chemie pro člověka v souvislosti s bezpečností práce, ochranou vlastního zdraví apod. Projevuje se tak jev, na nějž začal v minulosti být kladen důraz (Pozorování, pokus a bezpečnost práce – RVP ZV, 2007). K pozitivům patří i percepce uplatnění poznatků z chemie při vaření, při nákupu a výběru potravin nebo v souvislosti s léky. Překvapivě vysoký počet žáků zmiňoval užití chemie při čištění stříbra.

Pro informace o změně postojů i motivačního přesvědčení budou zajímavé výsledky druhé etapy průzkumu, uskutečněné na konci školního roku. Lze očekávat, že se v odpovědích projeví vliv současně volené koncepce výuky chemie; žáci budou moci porovnat výuku chemie na ZŠ i SŠ. Data získaná v druhé etapě budou analyzována, porovnána s daty získanými v první etapě a taktéž publikována.

ZÁVĚR

Orientační průzkum ($N = 195$) byl zaměřen na edukační realitu středních odborných škol nechemického zaměření, přesněji na výuku chemie na těchto typech škol. Z přehledu již dříve provedených analýz, průzkumů a sond je patrná specifčnost tohoto prostředí.

Výsledky nově provedeného orientačního průzkumu potvrzují předchozí předpoklady o nesnadné pozici učitelů chemie na SOŠ nechemického zaměření poté, co do většiny rámcových vzdělávacích programů těchto oborů byla přidána minimálně jedna vyučovací hodina chemie týdně.

Předpokládané výsledky řešení výzkumného problému se potvrdily: postoje žáků SOŠ k předmětu jsou (v souladu s očekáváním i výsledky jiných výzkumů, např. PISA) spíše negativní.

Mimo celkového známkování oblíbenosti předmětu (a jak se ukázalo i učitele předmětu) spočívá potvrzení předpokládaného řešení výzkumného problému v dalších zjištěných faktorech přímo souvisejících s výukou a motivací ve výuce. Jen necelá polovina z dotázaných uvedla, že je chemie pro běžného člověka užitečná, z čehož

vyplývá, že sami její užitečnost nevnímají, tedy není ani možné počítat s jejich motivací k učení se tomuto předmětu. Dalším negativním faktorem je skutečnost, že založit výuku na poznacích známých ze základní školy je pravděpodobně nemožné. Pouze nepatrné množství žáků má přehled o skladbě učiva chemie, častěji zmiňovali respondenti pouze periodickou soustavu prvků a názvosloví.

Zpřesnění výsledků tohoto orientačního průzkumu lze dosáhnout několika způsoby. Odpovědi žáků se pravděpodobně na dané otázky příliš lišit nebudou. Je tedy možné po vzoru již provedených výzkumů volit dotazník s uzavřenými otázkami, což zpřesní vyhodnocovací proces, přestože to bude na úkor možnosti zjištění překvapivých skutečností. Zadáním podobně sestaveného dotazníku na začátku i konci školního roku by mohl vzniknout velmi zajímavý materiál, sloužící jednak učitelům jako nástroj k hodnocení žáků a jednak jako zpětná vazba o obsahu, náplni a užitečnosti učiva všeobecně vzdělávacího předmětu. Tento dotazník lze sestavit z velké části z otázek používaných v prověřených dotaznících postojů žáků (PISA, TIMSS, SAI, TOSRA, SIMSQ atd.).

Zjišťování postojů žáků SOŠ nechemického zaměření k chemii bude nadále věnována odpovídající pozornost.

LITERATURA

BÍLEK, M., ČTRNÁCTOVÁ, H., ULRICHOVÁ, M. Projekt ROSE v České republice. *Acta Fac. Paed. Univ. Tyrnaviensis*, Ser. D, Supplementum 1, 2005, 9, s. 283–286.

BLAŽEK, J., FABINI, J. *Chemie pro studijní obory SOŠ a SOU nechemického zaměření*. Praha : SPN, 1999. ISBN 80-7235-104-4.

BOAKERTS, M. *Efektivní učení ve škole*. 1. vyd. Dominik Dvořák (ed.). Praha : Portál, 2005, s. 55–75. ISBN 80-7178-556-3.

ČÁP, J., MAREŠ, J. *Psychologie pro učitele*. 1. vyd. Praha : Portál, 2001. 655 s. ISBN 80-7178-463-X.

DYTRTOVÁ, R. *Některé aspekty studia na středních odborných školách*. Referát přednesený na konferenci Místo vzdělávání v současné společnosti: paradigmaty – ideje – realizace. Praha, únor 2011.

GAVORA, P. *Úvod do pedagogického výzkumu*. Brno : Paido, 2000. ISBN 80-85931-79-6.

HRABAL, V. ml., MAN, F., PAVELKOVÁ, I. *Psychologické otázky motivace ve škole*. 1. vyd. Praha : SPN, 1984. 254 s.

JANOŠKOVÁ, S., PUMPR, V., MARŠÁK, J. *Motivace žáků ve výuce chemie SOŠ pomocí úloh z běžného života*. Metodický portál: Články [on-line]. 23. 12. 2010, [cit. 2011-07-31]. Dostupný z WWW: <http://clanky.rvp.cz/clanek/c/O/4624/MOTIVACE-ZAKU-VE-VYUCE-CHEMIE-SOS-POMOCI-ULOH-Z-BEZNEHO-ZIVOTA.html>) ISSN 1802-4785.

JANOŠKOVÁ, S., PUMPR, V., MARŠÁK, J. *Úvod do studia chemie*. Metodický portál RVP [on-line]. 2010. [cit. 2011-03-17]. Dostupný z WWW: <http://clanky.rvp.cz/clanek/c/O/4637/clanek/s/O/4625/UVOD-DO-STUDIA-CHEMIE.html>) ISSN 1802-4785.

- PALEČKOVÁ, J. a kol. *Hlavní zjištění výzkumu PISA 2006> Poradí si žáci s přírodními vědami?* Praha : ÚIV, 2007. 25 s.
Dostupný z WWW: <http://www.uiv.cz/soubor/3269>
- PROKOP, P., TUNCER, G., CHUDÁ, J. Slovakian students' attitudes toward biology. In *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*. 2007, 3, s. 287–295. ISSN 1305-8223. Dostupný z WWW:
http://www.zoo.sav.sk/prokop/articles/Prokop_etal.Attitudes%20EJMSTE.pdf
- PRŮCHA, J., WALTEROVÁ, E., MAREŠ, J. *Pedagogický slovník*. 3. doplněné a aktualizované vydání. Praha : Portál, 2001. ISBN 80-7178-579-2.
- Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (se změnami provedenými k 1. 9. 2007)* (RVP ZV). Praha : Výzkumný ústav pedagogický, 2007. 126 s. Dostupný z WWW: <http://tinyurl.com/ylx2f9n> ISBN 80 87000-02-1.
- RUSEK, M. *Chemie pro žáky SOŠ nechemického zaměření*. Referát přednesený na konferenci Místo vzdělávání v současné společnosti: paradigmaty – ideje – realizace. Praha, únor 2011.
- RUSEK, M. *Současný stav výuky chemie na SOŠ – 2. díl*. Metodický portál RVP [on-line]. 2010a [cit. 2009–02–11].
Dostupný z WWW: <http://clanky.rvp.cz/clanek/s/O/6955/SOUCASNY-STAV-VYUKY-CHEMIE-V-SOS-%E2%80%93-2-DIL.html/>
ISSN 1 802–4 785.
- RUSEK, M., PUMPR, V. Výuka chemie na SOŠ nechemického směru. In BÍLEK, M. *Výzkum, teorie a praxe v didaktice chemie XIX.*. Hradec Králové : Gaudeamus, 2009, s. 200–206. ISBN 978-80-7041-839-0.
- RUSEK, M., BENEŠ, P., ADAMEC, M. Specifika vzdělávání v chemii na SOŠ nechemického zaměření. In BAJTOŠ, J. *Integrácia teórie a praxe didaktiky ako determinant kvality modernej školy*. Košice : Equilibria, 2010b, s. 373–377. ISBN 978-80-7097-843-6.
- RUSEK, M., HAVLOVÁ, M., PUMPR, V. K přírodovědnému vzdělávání na SOŠ. *Biologie-chemie-zeměpis*. 1/2010, s. 19–26. ISSN 1210-3349.
- SALTA, K., TZOUGRAKI, CH. Attitudes Toward Chemistry Among 11th Grade Students on High Schools in Greece. *Science Education*. 2004, 88, 4, s. 535–547. ISSN 1098-237X.
- ŠKODA, J., DOULÍK, P. Lesk a bída školního chemického experimentu. In BÍLEK, M. (ed.) *Výzkum, teorie a praxe v didaktice chemie XIX. Research, Theory and Practice in Chemistry Didactics XIX*. 1. část: Původní výzkumné práce, teoretické a odborné studie. Hradec Králové : Gaudeamus, 2009, s. 238–245. ISBN 978-80-7041-827-7.
- ŠVARŤÍČEK, R., ŠEĐOVÁ, K. *Kvalitativní výzkum v pedagogických vědách*. Praha : Portál, 2007. ISBN 978-80-7367-313-0.
- VACÍK, J., et al. *Přehled středoškolské chemie*. 4. vyd. Praha : SPN, 1999. 365 s. ISBN 80-7235-108-7.
- VLČKOVÁ, J. *Postoje studentů k biologickému vzdělávání na SŠ*. Ostrava : 2011, 86 s. Diplomová práce. OU v Ostravě, PřF.

VOJTĚCH, J., CHAMOUTOVÁ, D. *Vývoj vzdělanostní a oborové struktury žáků a studentů ve středním a vyšším odborném vzdělávání v ČR a v krajích ČR a postavení mladých lidí na trhu práce ve srovnání se stavem v Evropské unii 2009/2010*. [s.l.]: NÚOV, 2010. 47 s. Dostupný z WWW: http://www.nuov.cz/uploads/Vzdelavani_a_TP/VYVOJ09_pro_www.pdf

Výzkumný ústav pedagogický v Praze [on-line]. 2010 [cit. 2011-03-11]. *Rámcové vzdělávací programy*.

Dostupné z WWW: <http://www.vuppraha.cz/ramcove-vzdelavaci-programy>

PODĚKOVÁNÍ

Poděkování za pomoc se zadáváním dotazníků patří PhDr. Václavu Pumprovi, CSc. Děkuji také prof. RNDr. Pavlu Benešovi, CSc., za průběžnou diskusi a konzultace při psaní tohoto příspěvku.

PhDr. Martin Rusek – E-mail: martin.rusek@pedf.cuni.cz

Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta

Katedra chemie a didaktiky chemie

M. D. Rettigové 4, 116 39 Praha 1, Česká republika

Žákovské konstrukce poznatků v matematice

Nada Stehlíková, Michaela Ulrychová

Abstrakt

Článek se věnuje problematice konstrukce poznatků v matematice žáky, konkrétně mechanismu individuální a společné konstrukce poznatků na příkladu znovuobjevování Pythagorovy věty v prostředí čtverečkováného papíru. Teoretické pozadí práce sestává z teorie generických modelů a konstruktivistických přístupů k výuce matematiky, resp. podnětné výuky. Byl proveden klinický experiment se žáky osmiletého gymnázia, pracujícími ve skupinách na řešení vybraných úloh. Data byla získána prostřednictvím participačního pozorování, terénních zápisků experimentátorky a externího pozorovatele, žakovských prací a zejména videozáznamů. Stručně je popsán způsob analýzy dat prostřednictvím technik založených na zakotvené teorii. Mezi výsledky experimentu patří charakteristika dvou kategorií, a to (relativně) individuální a společné konstrukce poznatků, včetně jejich dimenzí. Jsou podány konkrétní příklady těchto konstrukcí. Závěrem jsou shrnuty přínosy, ale i omezení předloženého výzkumu a nastíněny možné další otázky zkoumání.

Klíčová slova: konstrukce matematických poznatků, individuální konstrukce, společná konstrukce, teorie generických modelů, Pythagorova věta, skupinová práce.

Pupils' construction of knowledge in mathematics

Abstract

The article concerns the question of the construction of mathematical knowledge by pupils, namely the mechanism of individual and shared construction of knowledge on the example of re-discovery of Pythagoras' theorem within square grid paper. The theoretical background of work consists of the theory of generic models and constructivist approaches to the teaching of mathematics. A study was carried out of pupils of an 8-year secondary grammar school, working in groups and solving carefully chosen problems. The data were gathered through participation observation, field notes of the researcher and external observer, pupils' works and mainly videorecordings. The analysis of data via techniques based on grounded theory is briefly described. The results of the experiment include the characterisation of categories of (relatively) individual and shared constructions of knowledge, including their dimensions. Concrete examples of these constructions are given. The merits and limits of the presented study are summarised and possible questions of further research outlined.

Key words: construction of mathematical knowledge, individual construction, shared construction, theory of generic models, Pythagoras' theorem, group work.

1 ÚVOD

Studie popisovaná v tomto článku je součástí širšího výzkumu prezentovaného v rámci dizertační práce druhé z autorek, která se zabývala procesem konstrukce matematických poznatků¹ žáky (Ulrychová, 2011). Výsledky řady výzkumů v didaktice matematiky ukázaly, že na konstrukci poznatků je třeba nahlížet jako na sociální proces, tedy že nestačí popisovat, jak si budují poznatky jednotlivci, ale že je třeba zkoumat vzájemné interakce mezi žáky, ať už v prostředí školní výuky, nebo klinickými experimenty.

Protože druhá z autorek pracuje jako učitelka matematiky na osmiletém gymnáziu, začali jsme náš výzkum nejdříve pomocí *akčního výzkumu*, a sice jeho kooperativní varianty, kdy jde o spolupráci učitele z praxe a výzkumníka. Např. J. Průcha, E. Walterová a J. Mareš (1998, s. 19) jej vymezují jako „druh pedagogického výzkumu, jehož účelem je přímo ovlivňovat či zlepšovat určitou část vzdělávací praxe. Akční výzkum zahrnuje intervenční strategie, navrhuje určitá doporučení a pokouší se je realizovat, průběžně sleduje efekty změn a vyvozuje z nich další postup.“ Akční výzkum je také možné popsat jako systematickou reflexi profesních situací, která je prováděna učiteli, s cílem jejich dalšího rozvoje (Janík, 2004). Učitel se účastní sledovaného jevu a tento jev se současně stává předmětem výzkumu. Odborníci diskutují, do jaké míry je akční výzkum (zejména ten individuální) „skutečný“ výzkum, který přispívá k rozvoji daného oboru. Např. Ch. Breen (2003) staví individuální akční výzkum na úroveň výzkumu akademického – dochází tedy k závěru, že výzkum učitele výzkumníka odpovídá legitimní formě výzkumu. Názory na tuto problematiku se však různí a vždy je třeba vzít v úvahu závěry konkrétního výzkumu a posoudit jejich širší platnost.

Po provedení několika výukových experimentů na téma Pythagorova věta jsme došli k závěru, že vzhledem k povaze zkoumané problematiky je vhodnější provést klinický experiment. Výukové experimenty provedené v rámci akčního výzkumu nepřinesly dostatečná data, aby je bylo možné analyzovat – kvůli autenticitě výukové situace nebyly pořízeny videozáznamy, nebyl přítomen externí pozorovatel, učitelka se musela soustředit na výukový cíl a na své reakce na podněty žáků, a nemohla tedy věnovat dostatečnou pozornost terénním zápiskům, nestíhala zapisovat výroky žáků apod. Rozhodli jsme se tedy, že je třeba pracovat s menším počtem dětí, získávat data co nejvíce způsoby včetně videozáznamů a potlačit výukové cíle ve prospěch výzkumných. Teprve takový experiment přinesl data, která se dala hluboce analyzovat z hlediska zkoumané otázky. Právě provedený klinický experiment je jádrem článku.

Problematika konstrukce matematických poznatků úzce souvisí s otázkou, jak probíhá poznávací proces v matematice, a s konstruktivistickými přístupy k výuce matematiky. Oběma otázkám se věnuje následující oddíl. Mezi teoriemi popisujícími poznávací proces v matematice jsme vybrali teorii generických modelů, protože se jedná o teorii v českém prostředí nejrozšířenější a podle našeho názoru dobře popisující proces konstrukce poznatků.

¹Zde je na místě terminologická poznámka. Teorie didaktických situací (Brousseau, 1997; Chopin, Novotná, 2011) rozlišuje mezi poznatkem a vědomostí. Stručně řečeno, učitel učí vědomosti, ale poznatky si musí žák zkonstruovat sám pomocí didaktické situace, kterou řeší. V tomto článku však toto rozlišení nepoužíváme, a pokud mluvíme o konstrukci poznatků, myslíme tím, že si žák konstruuje poznatek s porozuměním.

2 TEORETICKÉ POZADÍ VÝZKUMU

V souladu s M. Hejným a F. Kuřinou (2001, s. 103, 111) chápeme proces učení jako „proces konstruování poznatkových struktur u jednotlivých žáků“. Tedy ne hotové matematické struktury, ale jejich hledání je základním rysem vyučování matematice. Podle M. Hejného (2004, s. 27–29) je proces zrození a budování nového matematického poznatku rozčleněn do čtyř hladin a dvou hladinových přechodů (zdvihů), které jsou jádrem poznávacího procesu:² (1) hladina motivace, (2) hladina izolovaných modelů, (3) zobecnění, (4) hladina generických modelů,³ (5) abstrakční zdvih, (6) hladina krystalizace (strukturalizace), hladina automatizace.

Hladina motivace je hybným momentem celého poznávacího procesu. M. Hejný a F. Kuřina (2001, s. 105) chápou motivaci jako souhrn podnětů, důvodů k určitému jednání. Klíčovým motivem je rozpor mezi „nevím“ a „chtěl bych vědět“. M. Hejný rozlišuje dva typy motivace – *tradiční* a *konstruktivistickou*. Pomocí tradiční motivace zaměřujeme pozornost žáků na jistý jev. Nastíníme např. praktický problém, který je řešitelný tím, co se budeme učit, ale který sám ke zmíněnému novému poznatku žádným způsobem nevede. Konstruktivistická motivace je podle M. Hejného charakterizována dvěma parametry: (1) ve vědomí žáka vyvolává tenzi investigativní zvědavosti, (2) poukazuje na cestu k izolovaným modelům. Investigativní zvědavost je aktivní, nečeká na učitelovo řešení úlohy (dokonce se mu vyhýbá a někdy je odmítá), ale vede žáka k samostatnému řešení.

Hladina *izolovaných modelů* v sobě zahrnuje postupné nabývání zkušeností s konkrétními případy budoucího poznání. Izolované modely jsou reprezentanty obecného pojmu (např. izolovanými modely čísla 3 jsou 3 jablka, 3 knoflíky, ...). Různorodost a množství těchto modelů podporuje pevnější výsledné poznání žáka. Izolované modely začnou na sebe nejprve vzájemně poukazovat, různě se seskupovat a organizovat, až dojde k jejich strukturaci, k hlubšímu a operativnějšímu vhledu do dosavadního poznání. Jedná se často jen o krátký časový interval, v němž ve vědomí vznikne *generický model* (Hejný, 2004, s. 28). Proces objevování a objevení generického modelu je zobecněním. Generický model je prototypem buď všech, nebo jisté skupiny izolovaných modelů, může zastupovat kterýkoli z izolovaných modelů této skupiny a působí ve skupině jako její organizační agent. Například použití prstů, popř. počítadla, je generickým modelem pro počítání předmětů.

Abstrakční zdvih podněcuje zrod *abstraktního poznání*. Soubor izolovaných a generických modelů je restrukturován, a žák tak získá nový vhled, který má abstraktnější charakter (Hejný, 2004, s. 28). Abstraktní znalost je tedy zbavena své závislosti na světě věcí a je často vyjádřena symbolickým záznamem, který novou strukturu reprezentuje – např. pomocí matematické symboliky.

Znalost, která není opřena o žádný izolovaný model, o žádnou konkrétní představu, je obvykle silně *formální*. Žák ji ve vědomí uchovává jako paměťový údaj bez účinného propojení na jiné poznatky a bez schopnosti použít ji v jiných než standardních situacích. V takovém případě spočívá reedukace v dobudování chybějících představ (tedy izolovaných a generických modelů).

Proces konstrukce poznatků je již ze své podstaty neukončený. Otázkou je, kdy je možno považovat poznatek za „zkonstruovaný“. Můžeme např. očekávat, že se tak stane ve chvíli, kdy je připraven na takové úrovni, aby ho žák dokázal dobře

²Hranice mezi těmito hladinami jsou neostře, jednotlivé hladiny se překrývají. Hladina motivace je aktivní v průběhu celého procesu.

³Ve starší literatuře používá M. Hejný pojmy separované a univerzální modely. V novější literatuře se objevují pojmy izolované a generické modely.

využívat (tedy i v nestandardních úlohách). K tomu je potřeba tento poznatek konsolidovat (Hershkowitz, Schwarz, Dreyfus, 2001); v jazyce teorie generických modelů musí tento poznatek *krystalizovat*. Na hladině *krystalizace* se nové poznání propojuje s předchozími vědomostmi – nejprve na úrovni modelů, potom na úrovni abstraktního poznání. Jde tedy o rozšiřování poznatku. Objevují se další izolované a generické modely a dochází k propojení nového poznatku s poznatky předchozími i novými. Jedná se obvykle o dlouhodobý proces (Hejný, 2004, s. 29).⁴ Protože jsme v našich experimentech nesledovali vývoj konstrukce poznatku z dlouhodobého hlediska, budeme zde konstrukcí poznatku myslet okamžik, kdy se poznatek poprvé objeví v mysli žáka.⁵

Teorie generických modelů popisuje proces konstrukce poznatků z hlediska kognitivního vývoje žáka. Učení však není individuálním procesem, k němuž dochází u jedince, ale je chápáno jako proces aktivní konstrukce poznatků žákem v interaktivním učebním prostředí (např. Steinbring, 2005, s. 62), kde do interakce vstupují žáci, učitel, učební látka a další proměnné. To jsme měli při realizaci našich experimentů na paměti.

Z mnoha domácích i zahraničních výzkumů víme, že účinnost výuky narůstá, když respektuje mechanismus poznávacího procesu. Tomu dobře vyhovuje *konstruktivisticky pojaté vyučování matematice*, pro které je podle M. Hejného a F. Kuřiny (2001, s. 162) charakteristické „aktivní vytváření části matematiky v duševním světě dítěte“. Podle konstruktivistického přesvědčení je tedy k nabytí poznání nutná intelektuální aktivita žáka. Důležitou roli hraje žákova vnitřní motivace; úlohou učitele je tuto motivaci navozovat. Protože se výuka odehrává v kolektivu, působící faktory jsou jak sociální, tak psychologické i kognitivní. „Součinností všech faktorů je ve třídě vytvářeno jisté prostředí a cílem konstruktivisticky zaměřeného učitele je, aby toto prostředí bylo podnětné, aby povzbuzovalo zvědavost žáků, aby jim dopřalo pocit radosti z nového poznání i pocit sociální seberealizace“ (Stehlíková, 2004b, s. 16–17).

Ve výuce hrají klíčovou roli použité úlohy. Některé úlohy jsou pro podnětné vyučování vhodnější, jiné méně vhodné. Za úlohu vhodnou pro podnětné vyučování považuje např. D. Jirotková (2010, s. 231) takovou úlohu, která (1) je pro řešitele nestandardní – musí vyvinout intelektuální úsilí, aby ji vyřešil, (2) je k řešiteli vstřícná – je schopen úlohu uchopit a má jistou představu, co s ní má dělat, (3) má nastavitelnou obtížnost, kterou si případně může volit řešitel sám. Podnětným prostředím podle N. Stehlíkové (2007, s. 20) může být problém, projekt nebo série úloh, které „mají žáka motivovat k vlastnímu poznávání matematiky, a jejich řešení má vést ke konstrukci nového matematického poznání. Může se jednat o problém z praxe, ale i o problém čistě matematický. K jeho řešení využívá žák své dosavadní poznatky a zkušenosti, ale může též vyhledávat v literatuře, v učebnicích, u kolegů apod.“

I když je konstruktivismus primárně teorií učení, teorií epistemologickou, je její projekce do práce učitele i teorií vyučování. V našem pojetí se zde mluví o podnětném vyučování, které lze popsat souborem charakteristik: motivuje žáky (k vlastnímu objevování, ke spolupráci apod.), klade důraz na aktivitu žáků, povzbuzuje zvědavost žáků, podněcuje jejich tvořivost a vůbec tvůrčí klima, dává možnost žákům použít při řešení úlohy různé strategie, dává žákům možnost vytvořit si dosta-

⁴Na předcházející proces navazuje hladina *automatizace*, která však nenáleží do poznávacího procesu, protože zde nedochází k novému poznání, ale k nácviku poznaného.

⁵Je jasné, že o tom se pozorovatel dozví jen zprostředkovaně, např. tím, že žák něco řekne, napíše, vyřeší úlohu apod.

tečné množství izolovaných modelů, aby se zamezilo formálnímu poznání, vede žáky k objevování, zdůvodňování a formulaci vlastních myšlenek, k ověřování správnosti, diskuzím, experimentování atd.

3 METODOLOGIE

V tomto článku se soustředíme na jednu z výzkumných otázek, uvedenou v (Ulrychová, 2011), a to *Jaký je mechanismus individuální a společné konstrukce poznatků u žáků určitého ročníku na příkladu re-konstrukce poznatku Pythagorova věta.*

Jako výzkumná metoda byl použit *výukový experiment*. Tento experiment výzkumník organizuje s určitým záměrem – chce něco ověřit, zjistit, podrobněji popsat apod. Snaží se tedy kontrolovat co nejvíce proměnných, což bývá v pedagogickém výzkumu problém. V našem případě bylo předem určeno: místo, čas, délka trvání a cílová skupina, cíl, téma rozpracované do úloh, forma práce, míra pomoci žákům a způsob sběru dat.

Experiment byl proveden se žáky kvarty osmiletého studia (odpovídající 9. ročníku základní školy) v červnu 2008; druhá z autorek znala žáky z hodin německého jazyka, ale nebyla jejich učitelkou matematiky. Vystupovala tedy pouze v roli experimentátorky. Experiment byl koncipován jako klinický, účastnil se ho menší počet žáků, výukové cíle byly potlačeny ve prospěch výzkumných a jako zdroj dat bylo zvoleno participační pozorování, terénní zápisky, žakovské práce a diskuze se žáky (v průběhu hodiny) a zejména videonahrávka celého průběhu experimentu a přítomnost externího pozorovatele. Byly použity čtyři videokamery, aby bylo možné nahrát práci všech skupin.

Jako téma byla zvolena *Pythagorova věta objevovaná metodou postupného uvolňování konstant* (viz také Jirotková, 2010). Tato věta byla žákům známa již ze sekundy, kde jim byla předložena tradičním instruktivním způsobem. Sekundárním cílem experimentu bylo tedy zjistit, do jaké míry budou žáci schopni propojit si již známý poznatek, s nímž se setkali v jednom kontextu, na poznatek v rámci kontextu čtverečkovaného papíru. Žáci v prostředí čtverečkovaného papíru v hodinách matematiky běžně nepracovali.

Vzhledem k výzkumné otázce byla zvolena skupinová forma práce. Žáci měli řešit dané úlohy zformulované na jednotlivých pracovních listech, které jim experimentátorka plánovala dávat postupně, vždy po vyřešení předcházející úlohy, a nahlas mezi sebou úlohy řešit, zdůvodňovat svá řešení a argumentovat. Experimentu se účastnilo celkem 13 žáků (3 chlapci a 10 dívek) rozdělených do 4 skupin (1 skupina po čtyřech a 3 skupiny po třech žácích). Tato forma práce vyžadovala určitou míru samostatnosti, na kterou však žáci nebyli zvyklí, protože v jejich hodinách matematiky značně převládala frontální forma výuky. Toho si byla experimentátorka vědoma a očekávala možné problémy s tím, že žáci budou vyžadovat větší míru pomoci.

Byly připraveny pracovní listy, aby mohli žáci pracovat ve skupinách co nej-samostatněji a s co nejmenší intervencí vyučující. Úlohy byly připraveny tak, aby vedly ke konstruktivistické motivaci, tedy měly ukázat cestu k izolovaným modelům Pythagorovy věty.

Nejdříve byla se žáky dohodnuta symbolika: např. čtverec nad úsečkou v úloze 3a je označen jako $\rightarrow\uparrow$ (1 krok doprava a 1 krok nahoru).

Tab. 1

| Úloha 1 | <p>a) Zapište symbolicky, jak se dostanete z bodu A do bodu B. Ve čtvercové síti se můžete pohybovat pouze vodorovně a svisle.</p> <p>b) Najděte nejkratší cestu z bodu A do bodu B. Zdůvodněte své tvrzení. Ve čtvercové síti se můžete opět pohybovat pouze vodorovně a svisle.</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------------------|--|---------------|------------|-----|---|---|--|---|---|--|---|---|--|---|---|--|---|---|--|-----|-----|-----|-----|---|--|---------------|------------|-----|---|---|--|---|---|--|---|---|--|---|---|--|---|---|--|-----|-----|-----|-----|---|--|---------------|------------|-----|---|-----|--|---|-----|--|---|-----|--|---|-----|--|---|-----|--|-----|-----|-----|-----|-----|--|
| Úloha 2 | Vytvořte k úsečce AB z úlohy 1 čtverec. Vrcholy čtverce musí ležet pouze v uzlových bodech čtvercové sítě. Popište podrobně, jak jste postupovali. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Úloha 3 | <p>Podobně jako v úloze 2 načrtněte příslušné čtverce a zjistěte jejich obsah.</p> <p>a) b) c)</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Úloha 4 | Zkoumejte vztah mezi délkou strany čtverců z úlohy 3 a jejich obsahem. (V případě nutnosti požádejte o 1., popř. 2. nápovědu.) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Úloha 4 (1. nápov.) | Vytvořte tabulky, ve kterých zafixujete svislé kroky \uparrow a necháte probíhat vodorovné kroky \rightarrow (např. od 0 do m), abyste prošli všechny možnosti. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Úloha 4 (2. nápov.) | <p>Zapište obsahy čtverců do tabulky a poté zkoumejte vztah mezi délkou strany čtverců a jejich obsahem.</p> <table border="1" data-bbox="419 1182 612 1503"> <thead> <tr><th>\rightarrow</th><th>\uparrow</th><th>S</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr> <tr><td>m</td><td>1</td><td></td></tr> </tbody> </table> <table border="1" data-bbox="683 1182 876 1503"> <thead> <tr><th>\rightarrow</th><th>\uparrow</th><th>S</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr> <tr><td>m</td><td>2</td><td></td></tr> </tbody> </table> <table border="1" data-bbox="946 1182 1139 1503"> <thead> <tr><th>\rightarrow</th><th>\uparrow</th><th>S</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>n</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>n</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>n</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>n</td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td>n</td><td></td></tr> <tr><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr> <tr><td>m</td><td>n</td><td></td></tr> </tbody> </table> | \rightarrow | \uparrow | S | 0 | 1 | | 1 | 1 | | 2 | 1 | | 3 | 1 | | 4 | 1 | | ... | ... | ... | m | 1 | | \rightarrow | \uparrow | S | 0 | 2 | | 1 | 2 | | 2 | 2 | | 3 | 2 | | 4 | 2 | | ... | ... | ... | m | 2 | | \rightarrow | \uparrow | S | 0 | n | | 1 | n | | 2 | n | | 3 | n | | 4 | n | | ... | ... | ... | m | n | |
| \rightarrow | \uparrow | S | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ... | ... | ... | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| m | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| \rightarrow | \uparrow | S | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ... | ... | ... | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| m | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| \rightarrow | \uparrow | S | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | n | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | n | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | n | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | n | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | n | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ... | ... | ... | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| m | n | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

POZNÁMKY K ŘEŠENÍ ÚLOH

Úloha 1: Tato úloha byla přípravná a měla žáky seznámit s prostředním čtverečkového papíru a se symbolikou, která se využívá dále. Symbolickým zápisem může být např. šipkový zápis $A \rightarrow\rightarrow\uparrow\uparrow B$, $A \rightarrow\uparrow\uparrow\rightarrow B$ apod. Experimentátorka zpřesnila zadání úlohy v průběhu experimentu vysvětlením, že „symbolicky znamená např. pomocí znaků“, a u části b) vedla žáky k nalezení více cest.

Úloha 2: Pokud to bylo nutné, experimentátorka upřesnila, že se jedná o čtverec $ABCD$, tedy že úsečka AB je stranou hledaného čtverce. Na základě předchozích experimentů jsme očekávali, že se objeví jak strategie konstrukce čtverce využívající

potenciálu čtverečkovaného papíru, tak konstrukce na čistém papíru pomocí rýsovacích pomůcek.

Úloha 3: Očekávali jsme několik typů řešení: a) Metoda rozkladu, kdy je čtverec rozdělen na čtverec a čtyři pravoúhlé trojúhelníky, u nichž už žáci umí nalézt obsah, b) metoda rámování, kdy je čtverec vepsán do nejmenšího možného mřížového čtverce, u něhož žáci umějí najít obsah, a od tohoto obsahu se odečte obsah čtyř pravoúhlých trojúhelníků (viz obr. 2 níže), c) použití vzorců. Podle našich zkušeností je první strategie u žáků tohoto věku častější a pro žáky jednodušší. Zpravidla ji spontánně objeví.

Úloha 4: Čtverec sestrojený nad úsečkou je vlastně čtverec sestrojený nad přeponou pravoúhlého trojúhelníku (viz např. obr. 4 níže). Výsledkem zobecnění údajů v tabulkách je Pythagorova věta a cílem úlohy bylo znovuobjevení této věty. (Úloha je více diskutována níže.)

4 PRŮBĚH EXPERIMENTU

Experiment byl proveden ve školní třídě ve dvou po sobě jdoucích vyučovacích hodinách. Po celou dobu byla účastna externí pozorovatelka. Ve třídě byly čtyři videokamery, každá byla namířena na jednu skupinu tak, aby zabírala všechny žáky ve skupině. Žáci s přítomností kamer souhlasili a během experimentu se zdálo, že nemají s natáčením žádný problém.

Žáci pracovali samostatně na jednotlivých úlohách, experimentátorka obcházela třídu a všímala si, jak pracují. O tom si dělala poznámky, stejně jako externí pozorovatelka. Protože se nejednalo o hodinu matematiky a byly přítomny kamery, lze předpokládat, že pro žáky byla tato situace poměrně neobvyklá a nepociťovali ji jako běžnou hodinu matematiky. Na druhou stranu na ně nebyl vyvíjen žádný tlak, co se týče získávání matematických poznatků.

Na začátku hodiny po společném úvodu, kdy experimentátorka žáky požádala, aby se snažili svá řešení co nejpodrobněji popisovat, je vyzvala, aby se rozdělili do čtyř skupin podle svého uvážení. To proběhlo bez problémů. V každé skupině byla zadána první úloha na samostatném listu papíru a žáci začali pracovat. Po vyřešení zadané úlohy se skupiny přihlásily, aby jednotlivě mohly okomentovat své řešení a aby dostaly následující úlohu. Zde začaly vznikat prostoje, protože některé skupiny musely čekat, než experimentátorka vyslechla řešení jiných, a to snižovalo jejich koncentraci na práci a zvyšovalo únavu. Experimentátorka však nechtěla, aby jednotlivé skupiny navzájem poslouchaly svá řešení. Při komunikaci s žáky v jednotlivých skupinách se vždy snažila, aby je co nejméně naváděla a ovlivňovala. Hlavním cílem bylo pochopit jejich řešení, aby mohla následně adekvátně analyzovat jejich práci a proces, jakým si tvoří poznatky.

U úlohy 4 byly připraveny dvě nápovědy pro případ, že by žáci nevěděli, jak pokračovat. První nápověda (viz tab. 1) byla v průběhu experimentu doplněna takto: *Existuje mezi danými údaji a obsahem čtverce určitá závislost?* Původní nápověda nebyla totiž žákům srozumitelná. Skupina 2 se nápovědě bránila a snažila se úlohy vyřešit bez ní. Ostatní skupiny nápovědu přijaly.

Externí pozorovatelku překvapilo, jak moc byli žáci vstřícní k řešení úloh, ale také vůči sobě. Pracovali dobře, nesnažili se skončit dříve, pracovali navzdory tomu, že nemuseli. V průběhu realizace experimentu však přece jen pozornost trochu poklesla.

Podrobně je práce všech čtyř skupin popsána v disertační práci (Ulrychová, 2011). Zde se – vzhledem k výzkumné otázce – podíváme na to, jak se jednot-

liví členové skupiny zapojovali do práce, a alespoň rámcově popíšeme, jaké strategie řešení úloh se objevily. Ve skupině 1 se nejvíce do práce zapojovaly Nela⁶ a Anežka, které práci vedly, o trochu méně Klára. Marcela většinou práci dívek jen pozorovala. Ve skupině 2 se do práce příliš nezapojovala Claudie a spíše se ocitla v roli pozorovatelky. Pro dívky v této skupině bylo typické, že hodně úsilí věnovaly pořádku na stole. Skupina 3 pracovala na úlohách podle odhadu pozorovatelky pouze přibližně jednu třetinu času, jinak se bavili o něčem jiném. Práci skupiny řídila Bára. Ve skupině 4 probíhala práce pouze mezi Davidem a Jakubem; Martin se často bavil s dívkami ze skupiny 3.

Tabulka 2 stručně popisuje použitý způsob řešení daných úloh jednotlivými skupinami. Řádky obsahují jednotlivé strategie řešení úloh, u nichž je vždy uvedeno, která skupina či skupiny je využily.

Jak je vidět z tabulky 2, žáci vesměs používali Pythagorovu větu spontánně již při výpočtu délky strany čtverce, jehož obsah měli počítat.⁷ K souvislosti úlohy 4 s Pythagorovou větou dospěly tři skupiny, z nichž dvě to též explicitně vyjádřily.

5 ANALÝZA EXPERIMENTU

Pro podrobnou analýzu byla vybrána skupina 1. Důvodem bylo, že dívky z této skupiny dobře spolupracovaly, byly aktivní, ochotně na kameru popisovaly svá řešení a živě s experimentátorkou o své práci hovořily. Videozáznam jejich práce byl přepsán do *protokolu* o 39 stranách a podroben analýze z hlediska výzkumné otázky, a to pomocí technik *zakotvené teorie*.⁸ U skupin 2 až 4 byl na základě videozáznamů pořízen stručnější zápis o jejich práci tak, aby bylo možno popsat „dějové linie“, tedy shrnutí procesu, jak řešily úlohy. Na základě výsledků podrobné analýzy práce skupiny 1 byla pak analyzována i práce skupin 2 až 4. Vzhledem k omezenému rozsahu článku bude podrobněji ilustrována analýza práce skupiny 1 a následně shrnuty výsledky, k nimž jsme dospěli na základě práce všech čtyř skupin.

V celém procesu řešení čtyř zadaných úloh byla identifikována konstrukce pěti poznatků: P1 – symbolický zápis, P2 – rovnost nejkratších cest, P3 – postup konstrukce mřížového čtverce, P4 – strategie hledání obsahu mřížového čtverce, P5 – tvorba systematického přístupu. Zde se budeme věnovat zejména poznatku P4.

⁶Byla použita jiná jména.

⁷Vybavila se jim tedy, když měli hledat délku šikmé mřížové úsečky – všimli si zřejmě okamžitě pravoúhlého trojúhelníka, u něhož byla daná úsečka přeponou.

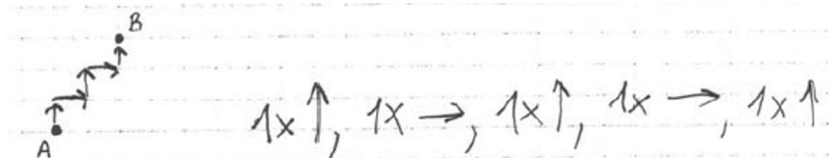
⁸Pojem *zakotvená* znamená, že závěry, které učiníme na základě analýzy, jsou *zakotvené* („grounded“) v reálných údajích, tzn. nevznikly teoreticky. Jedná se o opak toho, kdy výzkumník formuluje určitou teorii, kterou pak chce potvrdit, nebo vyvrátit experimentem. U metody *zakotvené teorie* přistupuje výzkumník k datům bez předchozí teorie, ta teprve postupně vystupuje z analýzy (Strauss, Corbinová, 1999, s. 14, 191). Základem této metody je odhalení a analýza jevů, které umožňují porozumět podstatě zkoumaného problému. Jádrem *zakotvené teorie* je fáze *kódování*. *Otevřené kódování* je proces rozebírání, prozkoumávání, porovnávání, pojmenování (konceptualizace) a kategorizace údajů. Výsledkem tohoto procesu jsou pojmy a kategorie, které jsou základními stavebními kameny teorie. *Axiální kódování* je soubor postupů, pomocí nichž jsou údaje po otevřeném kódování znovu uspořádány novým způsobem, prostřednictvím vytváření spojení mezi kategoriemi. Vzniká struktura kategorií a jejich podkategorií. Kategorie jsou následně podrobněji rozpracovány. *Selektivní kódování* je proces, kdy se vybere zpravidla jedna centrální kategorie, kolem které je organizován základní analytický příběh. Jako centrální kategorie byla v rámci dvou výukových experimentů, předcházejících experimentu popisovanému v tomto článku, identifikována kategorie *Konstrukce matematických poznatků*. Podrobněji je celá analýza popsána a ilustrována v (Ulrychová, 2011).

Tab. 2

| Úloha 1 – šipkový zápis | Úloha 2 – konstrukce čtverce nad úsečkou | Úloha 3 – obsah mřížového čtverce | Úloha 4 – odhalení vztahu pro PV |
|---|---|---|---|
| přímo na čtverečkovaném papíře; viz obr. 1 vlevo (skup. 2, 3 a 4) | pomocí kolmic a s využitím potenciálu čtverečkovaného papíru – „dva nahoru a jeden doleva“ apod. (skup. 1, 2 a 3) | součet obsahu čtverce a 4 trojúhelníků; viz obr. 2; jednotkou obsahu je čtverec $0,5 \text{ cm} \times 0,5 \text{ cm}^*$ (skup. 1) | viz popis v odstavci 6 a obr. 8 (skup. 1) |
| mimo čtverečkovaný papír; viz obr. 1 vpravo (skup. 1 a 4) | pomocí pravítka s ryskou a nanášení vzdálenosti (skup. 2) | jako výše, jen jednotkou obsahu je čtverec $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$; viz obr. 2** od skupiny 2 (skup. 2, 4) | s pomocí experimentátorky nalezen vztah $m^2 + n^2 = S$, kde m a n jsou odvěsny a S obsah čtverce nad přeponou daného pravoúhlého trojúhelníka; skupina 2 explicitně neřekla, že se jedná o Pythagorovu větu |
| | otáčení obdélníka 2×1 (skup. 4 – obr. 3) | nalezení délky strany čtverce pomocí Pythagorovy věty a dále využití vzorce pro obsah čtverce; jednotkou obsahu je $0,5 \text{ cm} \times 0,5 \text{ cm}$ (skup. 1, 2, 3 a 4) | na příkladu konkrétního trojúhelníku (obr. 4) vysvětleno, že se jedná o Pythagorovu větu a že to půjde vždy (skup. 3) |
| | | nalezení délky strany čtverce pomocí Pythagorovy věty a dále využití vzorce pro obsah čtverce; jednotkou obsahu je $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ (skup. 4) | |
| | | změření délky strany čtverce pravítkem a pak využití vzorce pro obsah čtverce (skup. 1 a 4) | |

*Skutečná délka strany čtvercové sítě.

**Je zajímavé, že se zde objevuje i rámování čtverce, jehož obsah se zjišťuje, do většího čtverce, ovšem žákyně tuto strategii vůbec nepopisovaly.



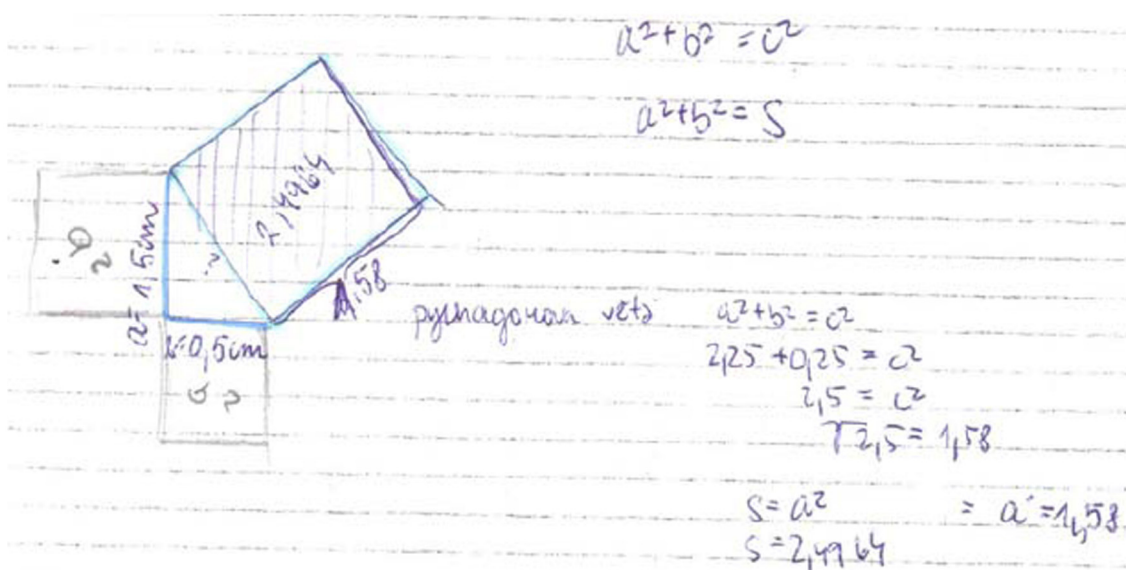
Obr. 1



Obr. 2



Obr. 3



Obr. 4

Podrobná analýza práce skupiny 1 byla provedena na třech úrovních:

1. Výsledek, k němuž se skupina v konstrukcích jednotlivých poznatků dobrala (řešitelské strategie).
2. Cesta, jakou to dívky jako skupina udělaly.
3. Celý proces z hlediska jednotlivých členek skupiny.

Výsledek analýzy byl zaznamenán do tabulky, kterou je možné číst po řádcích představujících jednotlivé úrovně analýzy i sloupcích představujících jednotlivé poznatky, k nimž se měly dívky řešením úloh dobrat (v tab. 3 je ukázán příklad konstrukce poznatku P4 *Strategie hledání obsahu čtverce u úlohy 3a*). Ve druhém řádku získáme představu o tom, jaký způsob řešení dívky nakonec společně vytvořily. Ve třetím se dočteme o procesu, jakým tento způsob řešení vznikl. V dalších čtyřech řádcích je možné projít celým procesem řešení úlohy z pohledu každé dívky ze skupiny (pro stručnost používáme v tab. 3 jen jejich iniciály). Do těchto řádků jsou vybrány pozorovatelné projevy dívek ukazující na to, jak asi uvažovaly. Pokud čteme tabulku po sloupcích, pak se směrem dolů zvyšuje podrobnost celého popisu konstrukce poznatku.

Tab. 3

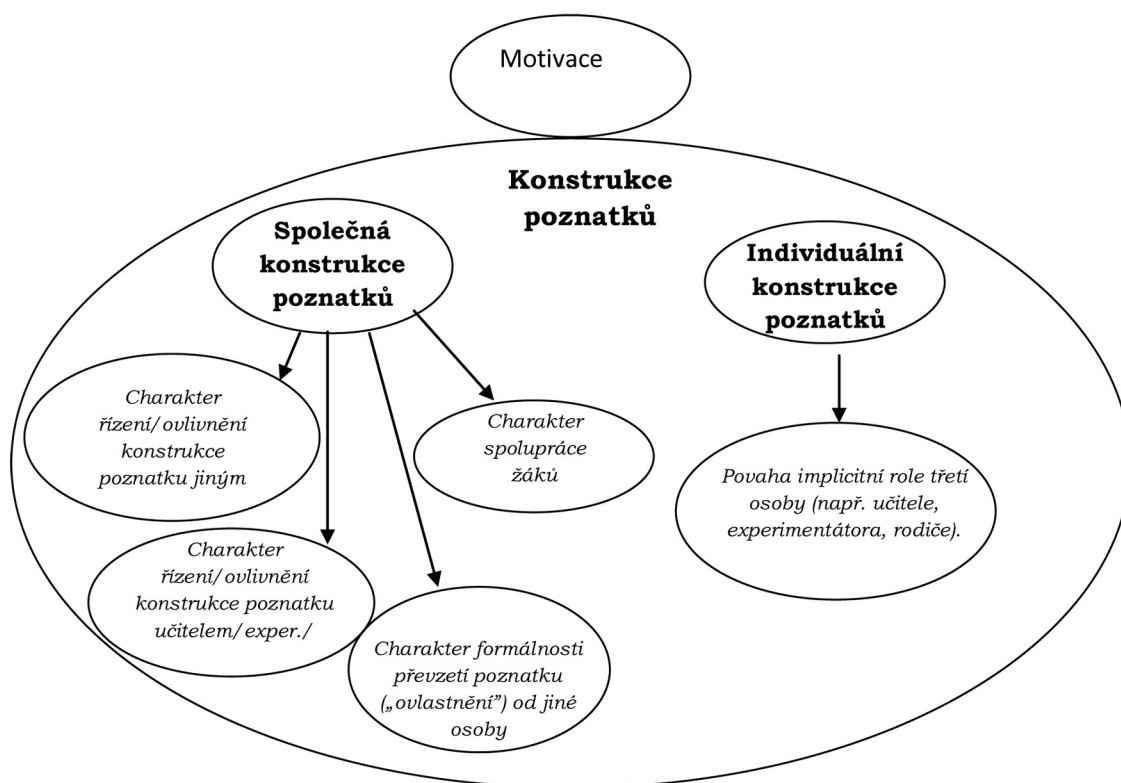
| | |
|---|---|
| <i>Konstruované poznatky</i> | <i>Strategie hledání obsahu čtverce u úlohy 3a (P4)</i> |
| Úroveň 1 <i>Výsledek práce celé skupiny</i> | Rozřezání čtverce na jednotlivé části (v tomto případě 4 trojúhelníky) a jejich přeskládání, tedy složení dvou jednotkových čtverců ze čtyř shodných trojúhelníků (viz obr. 6 v odstavci 6). |
| Úroveň 2 <i>Proces konstrukce poznatku celé skupiny</i> | A. začne přemýšlet s N. nad délkou strany čtverce $\rightarrow \uparrow$, K. napadne řešení, že obsah čtverce jsou dva čtverečky, tuto myšlenku postřehne N.; A. a N. nedojdou zatím k závěru (drží se své myšlenky, že jde o „ a krát a “). N. zopakuje přesvědčivé řešení K., že obsah čtverce jsou dva čtverečky, a rozvíjí ho: „Protože tady jsou takhle ty trojúhelníčky.“ K. to komentuje „Jo, já už to vidím.“, jakoby to až teď pochopila. A. vnímá návrh řešení N. a ujme se dále řešení úlohy, N. jí přizvukuje a snaží se A. doplňovat. Na závěr A. a K. dopočítají konkrétní výpočet obsahu. |
| Úroveň 3 <i>Proces konstrukce Nely</i> | N. přemýšlí s A. nad délkou strany čtverce $\rightarrow \uparrow$, ale zároveň vnímá i poznámku K. o obsahu čtverce a následně pak zopakuje řešení Kláry a rozvine ho: „No jsou to dva čtverečky, že jo, protože tady jsou takhle ty trojúhelníčky.“ N. byla zřejmě inspirována řešením K., protože když K. své řešení vyslovila, nikdo na K. nereagoval, jen N. se na ni udiveně podívala. Potom se ujme s A. dále řešení úlohy, N. ji spíše doplňuje. |
| <i>Proces konstrukce Anežky</i> | A. nejprve přemýšlí nad délkou strany čtverce $\rightarrow \uparrow$. Poté, když nedojde k žádnému závěru, začne vnímat návrh řešení N., že obsah čtverce jsou dva čtverečky, a ujme se dále řešení úlohy: „Jo, tak dobře. Tak a krát a krát 2.“, „ a krát a je jeden čtvereček, krát 2 je druhý čtvereček.“. To převzala od N. a dále se ujala řešení úlohy. Na závěr dopočítají A. a K. konkrétní výpočet obsahu. |
| <i>Proces konstrukce Kláry</i> | „Obsah jsou dva čtverečky,“ prohlásí celkem jistě na začátku a pak se již hned připojí k diskusi A. a N. nad délkou strany čtverce $\rightarrow \uparrow$. Potom již přihlíží k práci A. a N. Na závěr dopočítají A. a K. konkrétní hodnotu obsahu. |
| <i>Proces konstrukce Marcely</i> | Pokud lze soudit, pouze přihlíží. |

Na základě rozepsání konstrukce jednotlivých poznatků byly následně identifikovány případy, kdy byly tyto poznatky pravděpodobně vytvořeny ve spolupráci a kdy víceméně individuálně, a současně byla pozornost věnována tomu, co k těmto konstrukcím vedlo. Tato analýza byla následně zopakována u popisu práce ostatních tří skupin, kdy bylo opět využito videozáznamu a žákovských prací. Některé výsledky shrnuje následující oddíl.

6 VÝSLEDKY EXPERIMENTU

Nyní se podíváme na výsledky analýzy u všech čtyř skupin z hlediska výzkumné otázky. Celý proces konstrukce poznatků můžeme vizualizovat schématem na obr. 5.

Schéma ukazuje centrální kategorii Konstrukce poznatků a její dvě podkategorie. Ty jsou charakterizovány svými dimenzemi.



Obr. 5

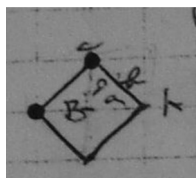
Jak již bylo řečeno, důležitou součástí poznávacího procesu je motivace. V našem případě byli žáci motivováni neobvyklou situací (experimentátorka jim vysvětlila, že jsou účastníky experimentu) i zadanými úlohami a samozřejmě tím, že se jim dařilo nacházet řešení úloh. Ty byly pro ně sice neobvyklé, ale současně byly gradovány tak, že všichni zúčastnění žáci dokázali s jejich řešením začít. Získaná data nám však neumožňují analyzovat, proč byli někteří žáci (např. ve skupině 1) motivováni více než jiní (např. ve skupině 3), tedy proč bylo jejich pracovní nasazení různé. To by bylo možné snad jen za předpokladu, že by byly provedeny rozhovory s jednotlivými žáky a získána další data např. od jejich učitele matematiky (třeba jaký mají vztah k matematice, jak si v matematice věří apod.).

6.1 INDIVIDUÁLNÍ KONSTRUKCE POZNATKU

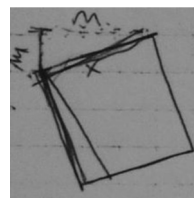
Při individuální (samostatné) konstrukci si žák buduje poznatek sám, bez očividného podnětu ostatních žáků. Role učitele je v tomto procesu spíše *implicitní*, tedy daná výběrem úloh, které žák řeší. Jinak žáka učitel nijak neřídí. Je nutné si však uvědomit, že to lze tvrdit jen do té míry, do které jsme to schopni z vnějších projevů žáka posoudit; proto by bylo možná na místě mluvit o konstrukci *relativně individuální*.

U skupiny 1 bylo identifikováno několik možných individuálních konstrukcí poznatků. Např. u poznatku P4, kdy zřejmě došlo k individuální konstrukci výpočtu délky strany mřížového čtverce pomocí Pythagorovy věty u Nely a také u Anežky. Nela si vzala pracovní list s úlohami 3a) a 3b), Anežka pracovní list s úlohou 3c), a obě začaly samostatně řešit příslušnou úlohu. Nela se po chvíli řešení zeptala: „Strana a se rovná straně b , že jo?“ Potřebovala ujištění, nikdo jí však neodpověděl.

Svým výrokem zřejmě myslela, že se jedná o rovnoramenný trojúhelník, tedy délky dvou stran trojúhelníka se rovnají. Následně napsala $a^2 + a^2 = b^2$ (viz obr. 6), kde však písmena a a b vystupují v jiné roli (jedno označuje rameno a jedno přeponu). Tento rozpor nikdo nekomentoval. Nela vypracovala celou úlohu sama. Anežka zároveň napsala v úloze 3c): $c^2 = a^2 + b^2$; Nela a Anežka od sebe neopisovaly. Anežka a Klára sice spolupracovaly, ale Anežka se ujala vedení práce. Ke konci Klára Anežku trochu znejistila, že to takto nemůže vypočítat. Tak Anežka odložila list s úlohou 3c) stranou a začala řešit úlohu 3b): „Tady to půjde.“ Anežka zde opět navrhla způsob řešení pomocí Pythagorovy věty.

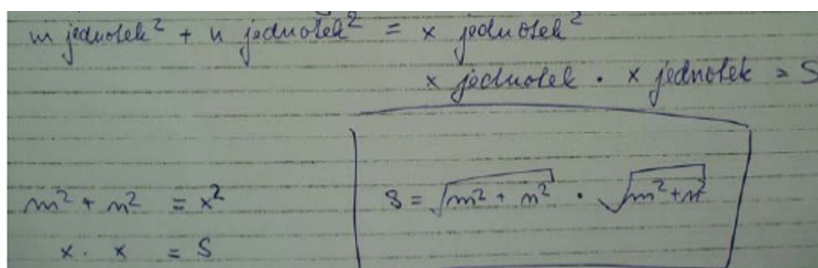


Obr. 6



Obr. 7

Dalším příkladem individuální konstrukce poznatku je konstrukce poznatku P5 u úlohy 4. Nela pracovala sama, snažila se najít nějakou závislost z úlohy 3 a také se snažila zpřehlednit jednotlivé případy. To ji však k řešení nedovedlo. Nepomohla ani první nápověda, teprve až přeformulování zadání úlohy experimentátorkou (u Nely tedy patrně došlo k individuální konstrukci poznatku s vyšší mírou řízenosti). Nela se dala do psaní a popsala sama postup řešení: „Když je čtverec položen úhlopříčně a já se chci dostat z bodu A do bodu B , vždycky jdu nějakou vzdálenost nahoru a určitou vzdálenost doprava. Tím se mi vytvoří pravoúhlý trojúhelník. Přepona toho trojúhelníku je strana čtverce.“ Nela si dále určila jednotku, což je možno považovat za individuální konstrukci poznatku *Určení jednotky* v původní individuální konstrukci poznatku *Hledání závislosti*.

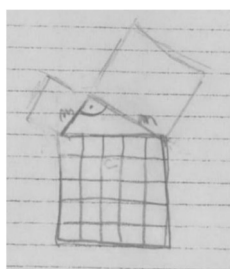


Obr. 8

Nela dále pokračovala v řešení úlohy – nakreslila úhlopříčně mřížový čtverec $\rightarrow\rightarrow\rightarrow\uparrow$ (viz obr. 7). Snažila se tedy uchopit úlohu obecně, bez ohledu na délku strany čtverce. Experimentátorka se zeptala: „Jak vypočítáte obsah toho čtverce, když neznáte délku strany?“ Nela popsala postup pomocí dokreslení pravoúhlého trojúhelníku o stranách m a n ke straně čtverce a pomocí odkazu na předchozí konkrétní případ zapsala v podstatě obecné řešení úlohy. To následně popsala i symbolicky jako $S = \sqrt{m^2 + n^2} \cdot \sqrt{m^2 + n^2}$ (viz obr. 8). Můžeme tedy říci, že u Nely došlo k individuální konstrukci poznatku P5 zobecněním konkrétních případů, i když toto zobecnění nebylo uděláno pomocí tabulky. Figura na obr. 7 je pro ni generickým modelem situace.

U Aleny ze skupiny 2 bylo možno vysledovat individuální konstrukci poznatku s vyšší mírou řízenosti učitelem u řešení úlohy 4. Dívky neporozuměly přesně za-

dání, nápovědu dostat nechtěly, a tak se jim experimentátorka pokusila přeformulovat zadání úlohy. Chtěla, aby se zamyslely nad tím, jakým způsobem můžeme charakterizovat stranu čtverce, který si dívky nakreslily v úloze 4. Dívky nejdříve nechápaly, co myslí. Experimentátorka připomněla dívkám úlohu 3 a Alena určila, že vždycky jde o několik čtverečků nahoru a pak doprava. Experimentátorku zajímalo, jestli i v tomto případě nelze získat danou stranu obdobně. Alena dokreslila k horní straně čtverce 5×5 pravoúhlý trojúhelník (viz obr. 9). Poté s pomocí experimentátorky zobecnila délky odvěsen m a n pro obecný případ, dokreslila nad obě odvěsny příslušné čtverce a určila, že $m^2 + n^2$ je rovno obsahu čtverce nad přeponou. Tento obsah označila S . Figura na obr. 9 je pro dívky generickým modelem.



Obr. 9

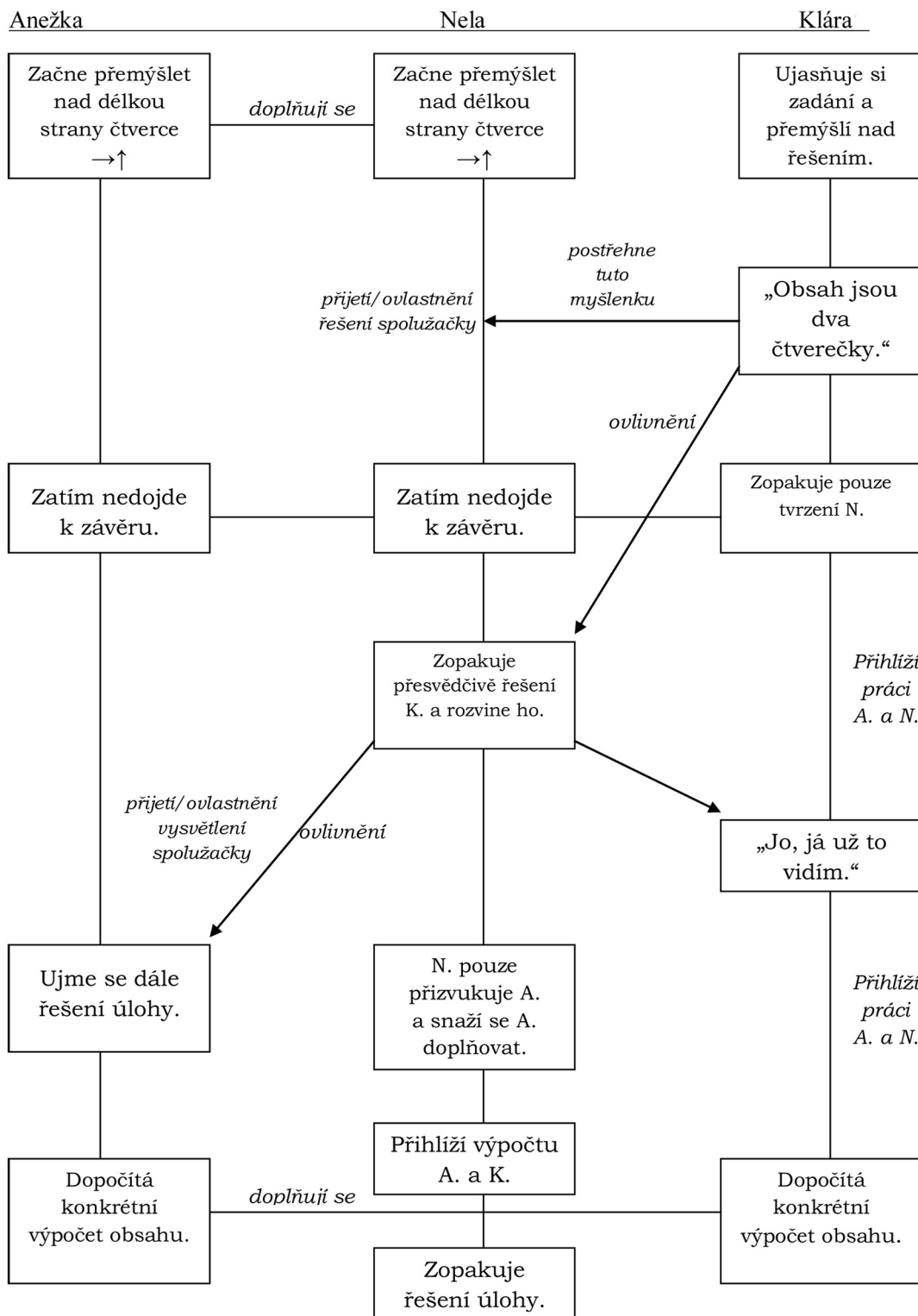
6.2 SPOLEČNÁ KONSTRUKCE POZNATKU

Společná konstrukce poznatku je taková konstrukce, na níž se podílí více než jeden žák. Poznanek již není „individuálním konstruktem jednotlivce, ale stává se majetkem celé skupiny“ (Stehlíková, 2004a, s. 288), ovšem jen potud, pokud se poznanek v poznatkové struktuře žáka neuloží jako formální, pokud si ho žák „ovlastní“ a pokud se objeví propojení na další poznatky. *Charakter tohoto ovlastnění, resp. charakter formálnosti přijetí poznatku*, který navrhl někdo jiný (např. jiný žák), je pak důležitou dimenzí kategorie společné konstrukce poznatku.

Nejen v popsaném experimentu, ale i v ostatních (viz Ulrychová, 2011) se jasně ukázalo, že proces společné konstrukce poznatku není lineární, kdy žák A ujde kousek cesty, pak se na to napojí žák B svým kouskem a pokračuje žák C atd., ale že se spíše jedná o bludiště cest, které jednotliví žáci různě odhalují, porovnávají, zkracují, až nakonec dojdou k nějakému řešení (viz např. proces konstrukce poznatku P4 v tab. 3 a schéma na obr. 10). Proces společné konstrukce poznatku je permanentní komunikace zúčastněných žáků. Každý z nich pracuje jak na úrovni individuální, tak na úrovni komunikační. Formuluje vlastní poznatky, názory, domněnky a otázky, interpretuje (tj. do vlastních myšlenek vkládá) podněty od spolužáků a reaguje na ně (tj. formuluje mentální amalgám, který se vytváří propojením vlastních i přijatých myšlenek). Řešení navržené nějakým žákem pak může být např. vylepšeno úplně jiným žákem (např. ve zmíněné konstrukci poznatku P4 dovedly k cíli Klára a navržené řešení Nela a Anežka).

Příkladem společné konstrukce poznatků je konstrukce poznatku P4 popsaná v tab. 3. Objevuje se zajímavá otázka, zda dokážeme tuto společnou konstrukci nějak schematizovat. O takové schéma jsme se pro tuto konkrétní konstrukci pokusili (viz obr. 10). Je v něm naznačeno, jakým způsobem se dívky⁹ navzájem ovlivňovaly, co vedlo k další části procesu konstrukce apod. Šipky ukazují, kde asi došlo

⁹Marcela pouze přihlíží řešení dívek.



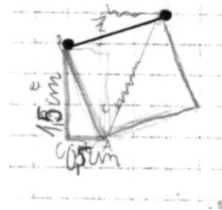
Obr. 10

k vzájemnému ovlivnění a jakým způsobem (s jakým výsledkem). Ve schématu není uveden vliv experimentátorky, protože ta u práce skupiny v této fázi nebyla, žákyně pracovaly zcela samostatně.

V případě konstrukce poznatku *Zjištění obsahu čtverce jako součtu obsahů čtyř trojúhelníků a čtverce uvnitř* se u skupiny 1 nejprve jednalo o individuální konstrukci poznatku Nely, kdy ji napadla tato strategie: „A ještě bychom tam třeba mohly vypočítat obsahy těch jednotlivých trojúhelníků a pak toho čtverce a pak to sečíst.“ Nela začala uvažovat nad vzorcem pro výpočet obsahu trojúhelníka a nemohla si

vzpomenout. Anežka vzorec vyslovila. Klára Nelu upozornila, že musí ale tu výšku trojúhelníka znát. Anežka na to zareagovala: „Výšku si ani počítat nemusíš, protože to je výška v pravoúhlém, že jo, to je ta strana.“ Klára nesouhlasila s Anežkou: „Ne, ne. Výška je vždycky kolmice k tomuhle tomu.“ (Ukazuje na přeponu.) Pod výškou si Klára zřejmě představuje další úsečku, která je vepsána do trojúhelníka, ne stranu v pravoúhlém trojúhelníku. Anežka ji však na tuto chybu neupozornila, neboť z hlediska sledovaného cíle se jedná o věc podružnou. Teprve potom došlo ke společné konstrukci poznatku, kdy Nela převzala vysvětlení od Anežky a pokračovala ve svém řešení. O tom, že vysvětlení Anežky Nela pochopila, svědčí i to, že ho byla schopna vysvětlit Kláře. Ta však stále nechápala. I Marcela pochopila, převzala tuto myšlenku a ujala se vysvětlování sama. To je často pozorovaný jev: žák, který právě jistou myšlenku pochopil, má snahu tuto vysvětlit někomu dalšímu, což mu zpravidla umožní hlouběji proniknout do této myšlenky. Dívky se později ke zmíněnému způsobu řešení ještě vrátily – Nela a Anežka spolu tímto způsobem dopočítaly úlohu. Nela si vyžádala pomoc od Anežky v označení stran trojúhelníku v a a .

Podobným případem, kdy jedna dívka přebrala poznatek od jiné, je konstrukce poznatku *Výpočet délky strany mřížového čtverce pomocí měření pravítkem*. Zpočátku se opět jednalo o individuální konstrukci poznatku, kdy Nelu napadl další způsob řešení úlohy pomocí měření strany pravítkem. Potom se však Anežka ujala psaní a dokončila myšlenku Nely (vypočítala obsah $S = a \cdot a$, kde za a dosadila změřenou délku). Jedná se zde tedy o společnou konstrukci poznatku, kdy Anežka převzala úvodní poznatek Nely.



Obr. 11

V řešení úlohy 3 se objevila společná konstrukce poznatku u dívek skupiny 3. Zatímco Jitka popisovala své řešení v úloze 3a), Bára začala řešit úlohu 3c) z druhého listu (viz obr. 11). Po načrtnutí mřížového čtverce $\rightarrow\rightarrow\rightarrow\uparrow$ si Bára uvědomila, že aby mohla vypočítat obsah čtverce, musí zjistit délku strany čtverce, a to jako délku přepony pravoúhlého trojúhelníku pomocí Pythagorovy věty. Jitka jí to odsouhlasila a pokračovala v popisování řešení úlohy 3a), kde právě psala také o výpočtu přepony vzniklého trojúhelníku pomocí Pythagorovy věty. Z videonahrávky je vidět, že Bára zde vyslovila pojem Pythagorovy věty sice jako první, ale Jitka totéž již popisovala ve svém řešení. Bára potřebovala ke své práci prodiskutovat řešení s Jitkou, jedná se tedy o společnou konstrukci poznatku (způsobu řešení úlohy), u Jitky proběhla spíše individuální konstrukce způsobu řešení.

Na závěr došlo ještě ke společné konstrukci poznatku, kdy dívky tvrdily, že řešení, které našly, je možné použít vždycky: Jitka připojila vysvětlení, že se to vždycky vypočítá podle Pythagorovy věty, protože se tam pokaždé najde pravoúhlý trojúhelník, jehož přepona je délka strany čtverce (viz obr. 4 v odstavci 4). Jitka dokreslila do náčrtku zbývající dva čtverce s obsahy a^2 a b^2 . Bára uvedla, že $a^2 + b^2 = c^2$, a tedy $a^2 + b^2 = S$. Figura na obr. 4 je pro dívky *generickým modelem*, který zastupuje figury nad libovolným mřížovým pravoúhlým trojúhelníkem.

Závěrem uvedme, že z hlediska dimenze spolupráce žáků můžeme společnou konstrukci poznatků rozdělit na interakci, při které je *spolupráce*

- záměrná – žáci cíleně diskutují o daném problému, nabízejí ostatním své myšlenky ke kritické reflexi a aktivně naslouchají ostatním,
- nezáměrná – jde např. o případ, kdy žák uvažuje nahlas spíše proto, aby si problematiku sám pro sebe ujasnil, avšak jeho poznámka inspiruje řešení jiného žáka.

První typ spolupráce je samozřejmě ve výukovém procesu žádoucí, ovšem i v našich experimentech se ukázalo, že není jednoduché takové interakce dosáhnout. Na to mohla mít vliv jednak určitá pedagogická nezkušenost experimentátorky, ale také to mohly ovlivnit některé osobnostní rysy žáků. Např. žák upřednostňuje přejímání hotových poznatků (je to „jednodušší“ a navíc s touto poznávací meta-strategií měl dosud úspěch), nevěnuje tedy energii naslouchání ostatním, ani se nesnaží pochopit jejich úvahy. Zde bychom vůbec nemluvili o konstrukci poznatku, ale o jeho paměťovém uchopení. V našich experimentech (Ulrychová, 2011) se navíc projevila tendence zkoumaných žáků osmiletých gymnázií prosazovat svoje řešení a malá ochota naslouchat úvahám jiných. Je jasné, že učit žáky naslouchat svým spolužákům patří k důležitým složkám práce učitele. K tomu slouží činnosti, při kterých má žák např. vysvětlit svou strategii spolužákovi tak, aby ji ten byl schopen s pochopením vysvětlit někomu dalšímu, nebo pokud učitel vyzývá žáky, aby sami posoudili správnost řešení svých spolužáků, hledali v něm chyby apod.

Procesem konstrukce poznatků v kontextu malých skupin nebo školní třídy se zabývá zejména ve světové literatuře řada autorů. V dalším oddíle se podíváme na výsledky tří výzkumů z hlediska typů konstrukcí, které jsou popsány v tomto článku.¹⁰

7 KONSTRUKCE POZNATKŮ U VYBRANÝCH AUTORŮ

H. Steinbring (2005) hovoří o tzv. *interaktivní konstrukci poznatku* („interactively-created knowledge“). Tu sice přesně nevymezuje, ale z konkrétních příkladů, které uvádí, se zdá, že se jedná o takovou konstrukci, kterou jsme nazvali společnou. Do interaktivní konstrukce zahrnuje H. Steinbring i učitele. Také společná konstrukce poznatků se uskutečňuje mezi žáky a učitelem s tím, že charakter zapojení učitele je dimenzí této vlastnosti.

H. Steinbring (2005, s. 79) zmiňuje další důležitou dimenzi procesu interaktivní konstrukce poznatků (tzv. křehkost – „fragility“) a dotýká se též problematiky výuky:

Interaktivní konstrukce poznatku je „křehký“ proces v tom smyslu, že jeho úspěch nemůže být vynucen či zaručen. Jako jakýkoli kreativní, konstruktivní čin, je tvorba nové znalosti podmíněna neustálým úsilím vytvořit něco, co dosud nebylo známo a v této podobě neexistovalo. Ale dá se předpokládat, že lze zajistit, aby výuka konstrukce poznatku systematicky řídila a úspěšně organizovala, spíše než aby šlo o volný tvůrčí počín. Ve skutečnosti je možné, stejně jako nezbytné, podpořit proces vyučování a učení se novým matematickým poznatkům takovým způsobem, že úspěch je pravděpodobný a ne zcela nahodilý. Jedním ze způsobů, jak takový proces konstrukce řídit, je prostřednictvím výběru vhodných úloh.

¹⁰Zmínění autoři uvádějí ve svých pracích řadu příkladů konstrukcí poznatků žáky, jež zde z prostorových důvodů uvádět nebudeme.

Další tematicky blízký výzkum je práce (Hershkowitz, Hadas, 2007), v níž se hovoří o *konstrukci sdílených poznatků* („shared knowledge“). Jde o poznatky, které si prostřednictvím společné interakce vytvářejí členové určité skupiny (od několika žáků až po celou třídu). Sdíleným poznatkem pak nazývají takový poznatek, který je skupině společný a který jim umožňuje společně konstruovat další poznatky v dané oblasti. Ve zmíněném výzkumu se však nehovoří o individuální konstrukci poznatků.

Konečně B. Jaworski (1994) mluví o *nezávislém kognitivním zpracování* („independent cognitive processing“) v případě, kdy žák přijde na nějaký poznatek sám, bez pomoci učitele (i když na základě nějakého podnětu – např. úlohy nebo poznámky, která žáka navedla na souvislosti). Na druhou stranu pak staví *intersubjektivní znalost* („intersubjective knowledge“), což je znalost, k níž dochází na základě „vyjednávání“ („negotiation“) mezi žáky. Bohužel autorka oba konstrukty blíže nepopisuje, není tedy možné zjistit, zda jde o rozlišení podobné tomu, které zde uvádíme.

8 ZÁVĚR

Závěrem uvedeme několik obecnějších poznámek.

Důležitým parametrem relativně individuální konstrukce poznatků jsou nepochybně rysy osobnosti žáka. Žák musí být ochoten se problémem zabývat, k čemuž by měl být učitelem systematicky veden a motivován. Měl by mít také dostatečnou míru sebevědomí v matematice, aby mohl pracovat autonomně. Na druhou stranu se několikrát v našich experimentech projevilo, že někteří žáci odmítali např. pomoc prostřednictvím obrázku, jakoby nechtěli do situace proniknout, ale stačil by jim návod, jak postupovat. Druhá z autorek ve své výuce vyzorovala, že se většinou jednalo o žáky, které objeovávání moc nebaví, kteří se neradi zabývají problémy a spíše čekají, že vše objeví někdo jiný a oni převezmou výsledek. Je možné, že u těchto žáků převládá povrchový přístup k učení (Mareš, 1998, s. 38) a spíše dávájí přednost paměťovému záznamu vzorců. Na to mohly mít vliv jejich osobnostní charakteristiky, zcela jistě též jejich předchozí zkušenost s výukou matematiky a úspěšnost při řešení matematických úloh. Je možné, že získali dojem, že na úspěch v matematice stačí znalosti reproduktivního a imitativního charakteru. U takových žáků se může při konstruktivisticky vedené výuce objevit dokonce pocit ohrožení, jak uvádí ve svých závěrech i J. Hanušová (2007) a N. Stehlíková (2004c). V experimentech uvedených v (Ulrychová, 2011) jsme však tento pocit u žáků nepozorovali, což bylo snad dáno i tím, že je druhá z autorek, učitelka matematiky, ve své výuce systematicky vedla k experimentování a práci s chybou. Navíc šlo o žáky osmiletého gymnázia, které matematika zpravidla bavila. Otázka osobnostních charakteristik žáků, které buď podporují či na druhé straně do jisté míry zabraňují konstruktivisticky vedené výuce, stejně tak jako otázka vlivu žakových předchozích zkušeností s výukou matematiky (např. Pesek, Kirshner, 2000), patří mezi ty důležité pro výzkum v didaktice matematiky.

Jako zajímavá se jeví i otázka, jaký typ interakce pravděpodobně vedl ke společné konstrukci (to zkoumá např. práce Hershkowitz, Hadas, 2007). V předloženém výzkumu se ukázalo, že rozhodující byly následující aspekty komunikace mezi žáky: vyžádání pomoci v řešení úlohy, potřeba ujištění položením otázky, přijetí/přivlastnění si vysvětlení spolužačky, prosebný pohled na spolužačku, žádost o přeformulaci otázkou. V průběhu experimentu se vyskytla také taková komunikace, kdy žák řekl něco nahlas ne proto, aby to řekl ostatním, ale aby si to sám ujasnil. To samozřejmě mohlo ostatní ve skupině inspirovat pro vlastní práci. Systematicky jsme však tento

aspekt konstrukce poznatků nestudovali. Podobně jsme nevěnovali pozornost otázce vlivu složení skupiny na konstrukci poznatků. Tato problematika zůstává otevřena pro další zkoumání.

U obou typů konstrukcí hrál v našich experimentech podstatnou roli učitel, a sice výběrem úloh a případným směřováním pozornosti žáků k určitým jevům (např. nápovědami). Tedy v obou případech můžeme mluvit o *charakteru řízenosti/ovlivnění konstrukce poznatku učitelem* (případně jinou třetí osobou), přičemž nevylučujeme ani takový případ, kdy učitel nemá na konstrukci poznatku vliv žádný, a to ani prostřednictvím úlohy (žák si např. úlohu formuluje sám, nebo si zkonstruuje poznatek, který zdánlivě s danou úlohou vůbec nesouvisí – důležité je zde slovo zdánlivě, neboť to, zda se jedná o individuální konstrukci, dokážeme rozhodnout jen z viditelných projevů žáka a z toho, co sám řekne; často však žák není schopen své myšlenkové pochody nějak smysluplně zformulovat). Z výše uvedeného plyne, že hranice mezi (relativně) individuální a společnou konstrukcí poznatku je neostrá a z pohledu vnějšího pozorovatele zpravidla těžko zjistitelná.

Závěrem můžeme konstatovat, že i když jsou závěry, k nimž jsme dospěli, do jisté míry obecněji platné, musíme si být vědomi omezení předloženého výzkumu, který byl limitován počtem zkoumaných žáků i šíří tematiky. Už z podstaty zkoumaného problému je jasné, že se musí jednat o výzkum kvalitativní, jehož cílem je poznávat, co se zřejmě děje v mysli žáků při řešení matematických úloh. Ovšem výzkumník nedokáže při nejlepší vůli zrekonstruovat tyto procesy věrně, ale jen s větší či menší dávkou pravděpodobnosti, a to na základě pozorovatelných projevů žáků. V našem případě to bylo na základě toho, co žáci řekli, napsali, nakreslili, jaká zvolili slova, jaké neязыkové prostředky použili při vysvětlování apod.

Článek byl vytvořen v rámci výzkumného záměru MSM 0021620862 *Učitelská profese v měnících se požadavcích na vzdělávání*.

LITERATURA

BREEN, Ch. Mathematics Teachers as Researchers. In BISHOP, A. J. et al. (Eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 2003, pp. 523–544.

BROUSSEAU, G. *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Balacheff, N., Cooper, M., Sutherland, R., Warfield, V. (Eds.). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 1997.

DAVIS, R., B., MAHER, C., A., NODDINGS, N. *Constructivist Views on the Teaching and Learning of Mathematics*. USA : National Council of Teachers of Mathematics, 1990.

HANUŠOVÁ, J. *Cesty učitele ke konstruktivistickým přístupům*. Dizertační práce. Praha : PedF UK v Praze, 2007.

HEJNÝ, M. Mechanismus poznávacího procesu. In HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N. (ed.), *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha : PedF UK v Praze, sv. 1, 2004, s. 23–42.

HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika*. Praha : Portál, 2001.

HERSHKOWITZ, R., HADAS, N. Abstracting Processes, from Individuals' Constructing of Knowledge to a Group's "Shared Knowledge". *Mathematics Education Research Journal*, Vol. 19, No. 2, 2007, pp. 41–68.

- HERSHKOWITZ, R., SCHWARZ, B., DREYFUS, T. Abstraction in context: Epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 2001, pp. 195–222.
- CHOPIN, M.-P., NOVOTNÁ, J. Contribution of the Theory of Didactical Situations to Mathematics Education: Fundamentals and main concepts. In NOVOTNÁ, J., MORAOVÁ, H. (ed.), *Proceedings of SEMT 11*. Praha : UK v Praze, PedF, 2011, s. 361–363.
- JANÍK, T. Akční výzkum jako cesta ke zkvalitňování pedagogické praxe. In MAŇÁK, J., ŠVEC, V. (ed.), *Cesty pedagogického výzkumu*. Brno : Paido, 2004, s. 51–68.
- JAWORSKI, B. *Investigating Mathematics Teaching. A Constructivist Enquiry*. London : The Falmer Press, 1994.
- JIROTKOVÁ, D. *Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie*. Praha : PedF UK v Praze, 2010.
- MAREŠ, J. *Styly učení žáků a studentů*. Praha : Portál, 1998.
- PESEK, D. D., KIRSHNER, D. Interference of instrumental instruction in subsequent relations learning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(5), 2000, pp. 524–540.
- PRŮCHA, J., WALTEROVÁ, E., MAREŠ, J. *Pedagogický slovník*. Praha : Portál, 1998.
- STEHLÍKOVÁ, N. Geometrické transformace analyticky. In HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N. (ed.), *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha : PedF UK v Praze, sv. 2, 2004a, s. 279–298.
- STEHLÍKOVÁ, N. Konstruktivistické přístupy k vyučování matematice. In HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N. (ed.), *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha : PedF UK, sv. 1, 2004b, s. 11–21.
- STEHLÍKOVÁ, N. *Structural Understanding in Advanced Mathematical Thinking*. Praha : PedF UK v Praze, 2004c.
- STEHLÍKOVÁ, N. Charakteristika kultury vyučování matematice z pohledu činnosti učitele. In HOŠPESOVÁ, A., STEHLÍKOVÁ, N., TICHÁ, M. (ed.), *Cesty zdokonalování kultury vyučování matematice*. České Budějovice : Jihočeská univerzita, 2007, s. 13–48.
- STEINBRING, H. *The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction: An epistemological perspective*. USA : Springer, 2005.
- STRAUSS, A., CORBINOVÁ, J. *Základy kvalitativního výzkumu*. Boskovice : Albert, 1999.
- ULRYCHOVÁ, M. *Konstrukce poznatků žáky v matematice (na příkladu Pythagorovy věty)*. Disertační práce. Praha : PedF UK v Praze, 2011.

doc. RNDr. Naďa Stehliková, Ph.D. – E-mail: nada.stehlikova@pedf.cuni.cz
 Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, Česká republika

PhDr. Michaela Ulrychová, Ph.D. – E-mail: ulrychova.michaela@centrum.cz
 Křesťanské gymnázium, Praha 10, Česká republika

Výuka fyziky a rozvoj myšlení

Dewey I. Dykstra, Jr.

Abstrakt

Piagetova teorie kognitivní rovnováhy a jeho výzkumné metody podnítily současnou éru výzkumu v oblasti fyzikálního vzdělávání v USA a dalších zemích. V příspěvku je stručně popsána historie počátků vývoje vědecké komunity v této oblasti výzkumu. Piaget a jeho kolegové shrnuli asi 60 let sběru dat o myšlení dětí do teorie popisující řadu stádií ve vývoji myšlení. V článku je popsána pedagogika založená na teorii kognitivní rovnováhy a Glasersfeldově radikálním konstruktivismu. Důkazy, že i lidé s vysokoškolským vzděláním neužívají ve svých úvahách formální myšlenkové operace, jsou výzvou, kterou je třeba přijmout v zájmu efektivního fungování demokratických společností. Jestliže víme, jak povzbudit více studentů k dalšímu rozvoji jejich myšlenkových schopností, nemělo by to být důležitým úkolem našich vzdělávacích systémů? Je v pořádku, když na středních a vysokých školách produkujeme absolventy, kteří neprokazují formálně-operační úroveň myšlení?

Klíčová slova: Piaget, myšlení, kognitivní rovnováha, radikální konstruktivismus, fyzika, pohyb a síla.

Physics Teaching and the Development of Reasoning

Abstract

Piaget's theory of cognitive equilibration and research methods sparked the current era in physics education research in the U. S. and other countries. Some of the history of the early development of the physics education research community is described. Essential features of the theory of cognitive equilibration are explained. Piaget and colleagues summarize some 60 years of data collection on children's reasoning as a series of stages in the development of reasoning. A pedagogy based on the theory of cognitive equilibration and Glasersfeld's radical constructivism is described. Evidence that people do not make use of formal operations in their reasoning even though college educated is raised as a challenge to the effective function of democratic societies. If it is known how to influence more students to develop further in their reasoning abilities, should this not be an important effort in our educational systems? Should we graduate students from schools and colleges who show no evidence of formal-operational reasoning?

Key words: Piaget, Reasoning, Cognitive Equilibration, Radical Constructivism, Physics, Motion and Force.

1 HISTORY AND BACKGROUND

1.1 IN THE “BEGINNING”...

Robert Karplus, John Renner and others encountered the work of the Swiss Genetic Epistemologist, Jean Piaget (1896–1980), and his colleagues during the funded development of elementary school science curriculum projects in the 1960’s. They in turn introduced Piaget to the English-speaking science education community. In the US, these projects, such as the Science Curriculum Improvement Study (SCIS) (Karplus, 1964), the Elementary Science Study (ESS) (Duckworth, Nichols, 1964) and Science — A Process Approach (SAPA) (Livermore, 1964), involved scientists, science educators and early childhood educators working together to develop curriculum and teacher training. Some of these early childhood educators, such as Eleanor Duckworth, had studied with Piaget and otherwise knew his work.

The findings of those working at the Center for Genetic Epistemology with Piaget include a development-based, phenomenological description of evidence of reasoning by many children about many specific examples over nearly 60 years. This description is presented as stages in the development of reasoning. Piaget’s theory of cognitive equilibration explains the observed development of reasoning and understanding in their experimental subjects.

Robert Karplus, a physicist at the University of California, Berkeley was a principal investigator in the SCIS project. His exposure to Piaget’s findings and ideas not only strongly influenced his work on the SCIS project, but also led him to begin conducting research to investigate students’ development of reasoning.¹ For the SCIS project an instructional design strategy, now known as the Learning Cycle, was developed. Karplus’ efforts extended to sharing Piaget’s ideas and the Learning Cycle with the science teaching community, including the American Association of Physics Teachers (AAPT). In 1975 a workshop titled: Physics Teaching and the Development of Reasoning was first offered at a national AAPT meeting. Working through the Lawrence Hall of Science at UC Berkeley, a series of workshop manuals was developed based on the AAPT workshop design for Biology, Chemistry, Earth Science, etc. teachers.

1.2 ORIGINS OF THE PHYSICS EDUCATION RESEARCH (PER) COMMUNITY

Piaget’s work has two things to offer to those interested in physics learning. First is a theory that explains and predicts changes in understanding of the physical world. Second is a research interview strategy to bring out evidence of children’s understanding and reasoning about physical examples. For physics instructors interested in their students’ understanding, both of these are of great value.

By the late 1970’s Karplus was organizing sessions at AAPT national meetings on Piaget-influenced work examining physics learning. For those whose appetites were whet in the workshops, these single sessions alone were enough to draw them to AAPT meetings. The followers of these sessions began to try their own hands at the research in their own classrooms. This research revealed the nature of students’ conceptions of the phenomena we study in physics and evidence of the circumstances under which these conceptions might change.

¹One of the collaborators in this research was Elizabeth Karplus, an elementary educator and Robert’s wife.

All of this interest led to the formation of a permanent committee of AAPT known as the Committee on Research in Physics Education. Interest and activity in research in physics learning has grown to the point that in 2011 in every time slot for parallel sessions of the AAPT national meetings there are multiple sessions involving some aspect or application of PER research. There are now groups in Physics Departments doing PER and Ph.D.'s in physics are being awarded in the field.

Not everyone or every group in the PER community would claim to be working in some Piagetian paradigm now. Nonetheless, it seems clear that the introduction of Piaget's findings, the theory of cognitive equilibration, and his research approach are the springboards from which the PER community developed. The Piagetian influence marked a shift from a behaviorist focus on teacher and student behavior and what is to be presented to a cognitivist focus on the student as epistemic subject which characterizes much of the work in PER today. Yet, sadly still, most students who take physics experience very little influence from this PER work in their own classrooms.

1.3 THEORY AND FINDINGS

1.3.1 COGNITIVE EQUILIBRATION

The theory of cognitive equilibration includes the basic premise that human beings function by constructing schemes for knowing or understanding the world of their experience. (Piaget, 1985) They are comfortable with their understandings of the world of their experiences when the experiences are consistent with or fit these schemes for understanding the world. There is a kind of equilibrium between their schemes for understanding and their experiences. This understanding is also supported by the fact that these schemes are found to successfully predict new experiences.

Human beings form expectations of future experiences using these schemes. Experiences, which fit their schemes, are said to be assimilated when encountered. When a person realizes that an experience does not fit personal existing schemes for understanding the world, then that person recognizes a disequilibrium between personal schemes for understanding the world and this new experience with the world. This disequilibrium might be major or extremely minor.

In general there are three possible responses to a perceived disequilibrium. The first type of response is to ignore it, 'sweep it under the carpet', or avoid the experience. In which case there is no change in existing schemes or reasoning patterns.

The second type of response to disequilibrium involves a small accommodation of existing schemes. For example, imagine you are served coffee in a unique ceramic mug. You have a well-used scheme for picking up a coffee mug to take a drink. Normally you find a "handle", some sort of a loop, which you wrap your fingers around to lift the mug. This mug instead has instead a figure of a knight in armor merely protrudes from the side of the mug with no gap between it and the side of the mug. You are surprised, but you grab the knight and pick up the mug. You have accommodated your "pick up a mug to drink" scheme because your existing one does not quite fit the new situation. This type of accommodation to an existing scheme, we do almost without realizing it.

The third type of response to disequilibrium happens when no quick and easy accommodation to existing explanatory schemes is available. Instead of hoping it

does not happen again, we draw near the experience, repeat it, examine it, try variations on it in an effort to formulate an explanation for the ‘offending’ experience. In so doing, a person enters into a process of constructing and testing revised or new schemes with which to explain or understand the experience. This process is called self-regulation. The resulting scheme or schemes also need to fit previous experiences. The result is a much more substantial accommodation in one’s explanatory system. With such major accommodations, there may begin a series of accommodations in the explanatory system as incompatibilities are noted between newly accommodated schemes and previously existing ones.

In Piaget’s theory of cognitive equilibration, people strive to gain a new equilibrium between their cognitive schemes and their experiences in response to this third type of response to disequilibrium. The realization of a disequilibrium in this case drives a self-regulation process to find an accommodation of explanatory schemes to experience. Each equilibration is a new relationship between cognitive explanatory schemes and experiences, because both the cognitive schemes have been changed and the body of experiences has changed. Not only will the body of experiences have changed due to the addition of one or more experiences, but also the status and relationship of the experiences to the cognitive schemes, that is, the meanings of the experiences change.

In Piaget’s picture of development there are several factors that lead to cognitive development.² One is maturation. As one physically matures, one’s ability to experience and manipulate the world increases. This influences another factor, experience. Experiences can be categorized into three types. One kind of experience is physical, experience with the physical world. Another kind of experience is social, experiences of social interactions in conjunction with physical experiences. A third kind of experience is with one’s own thinking in response to and conjunction with the other two kinds of experiences. The third factor in cognitive development is equilibration. Without the drive for equilibrium between experience and cognitive schemes, cognitive or intellectual development would not occur. In this theory all three factors, maturation, experience, and equilibration, are necessary for this development.

There have been those who have challenged all or part of the theory of cognitive equilibration. As Lorenço and Machado point out these appear to be due to misunderstandings of various aspects of the theory, including the fact that the position taken by Piaget on the nature of knowledge is not realist or objectivist. (Lorenço, Machado, 1996)

1.3.2 EVIDENCE OF THE DEVELOPMENT OF REASONING

Piaget, with his colleagues, was exploring the genesis in human beings of reasoning and understanding of their worlds. This work, Piaget called genetic epistemology. Piaget was an experimental philosopher in epistemology. In the effort to uncover evidence of the thinking of children, Piaget watched them interact with their world and each other. He asked children when old enough to speak about their world to tell him their thoughts about situations to which he directed their attentions.³ The actions of children who were pre-verbal in response to various stimuli were observed in great detail to discern evidence of their reasoning.

²It is important to remember that changes in the cognitive domain are not independent of the affective and physical domains in a person. These cognitive changes go hand-in-hand with affective and physical changes for a person.

³The best summary and explanation of Piaget’s work in English is by Chapman (1988).

Piaget and his colleagues found they could characterize the very large quantity of examples recorded over many decades in what can be called stages, which describe a developmental sequence. It is developmental because each successive stage grows out of the previous one. The rate of progression through these stages of reasoning may vary, but the sequence appears not to vary.⁴ What is being characterized is the observable behavior taken as evidence of the reasoning of the children in the experimental situations.

This stage description of the development of reasoning includes four stages.⁵ (Fuller, et al., 2009) The first stage, which is pre-verbal, is called sensory-motor. During this stage children appear to be working out co-ordinations between their sensations and their physical and mental activity among other things. One such co-ordination is between vision and their limbs. The very young child works out that objects that can be seen might be manipulated by reaching out with a hand or foot.⁶ Before this coordination the action of the hands and the orientation of attention evidenced by the eyes have little or no regular relationship with each other. Once language begins to develop, language becomes an experience and a mediator in this process of co-ordinations. With language the sensory-motor stage develops into the next stage in the development of reasoning named, pre-operational. In the pre-operational stage, language is used to describe and represent elements of experience. For example, a child might explain the wind as being caused by the leaves of trees waving back and forth.

This pre-operational reasoning evolves into evidence of specific reasoning patterns. First to develop seem to be class inclusion, conservation and serial ordering. In class inclusion classifications and generalizations are used. For example, all flowers are plants, but only some plants are flowers. Using conservation reasoning, if nothing is added or taken away, then an extrinsic property such as amount, number, length, weight, etc. is unchanged, in spite of changes in appearance.⁷ Using serial ordering reasoning, the child can arrange objects, say sticks of different lengths, in a serial order and establish one-to-one correspondences, for example, younger children are not as tall. This cluster of reasoning patterns in evidence in a child's language and behavior is referred to as the stage of concrete operations.

This concrete-operational reasoning enables a variety of successes dealing with one's world. Using concrete operations a person can combine concepts and elementary ideas to explain experiences with familiar actions and objects, follow sets of instructions such as recipes, and can relate one's own viewpoint to that of another. But, these reasoning patterns are not up to other challenges such as: isolation and control of variables, anticipating all possible combinations in a situation, construction of new solutions to problems not encountered before, being aware of one's own reasoning and reasoning about hypothetical situations and objects.

To comfortably and competently deal with these latter challenges, an additional set of reasoning patterns has to be developed by the person. This additional set of

⁴A frequent misunderstanding of Piaget's findings is that these stages of the development of reasoning must occur in certain age ranges. Lorenço & Machado give a thorough response to this and other misunderstandings of Piaget's work. (1996)

⁵These stages describe reasoning patterns used by interviewees, and do not describe the interviewees, themselves.

⁶This necessarily involves a number of earlier developing schemes such as the notion of an object, the notion of a coordination of visual and kinesthetic experiences into the notion of a limb, which can be controlled, etc.

⁷Evidence of the conservation of all things conservable does not appear all at once. Certain conservations seem to appear before others.

reasoning patterns is called formal operations. These additional reasoning schemes are combinatorial reasoning, proportional reasoning, probabilistic reasoning, correlational reasoning, the separation and control of variables and reasoning with hypotheticals. These reasoning patterns or schemes enable one to systematically imagine all possible relations of factors, deduce the possible consequences of these relations, and test to find which of those consequences actually occur. Some of these reasoning schemes may appear earlier, but they are applied only in familiar situations and generally unsystematically.

Clearly, the formal operations are necessary to construct the depth and power of explanatory knowledge we wish for our students in science in high school and college. This kind of understanding is inaccessible to students whose reasoning has not developed beyond the stage of concrete-operational reasoning. Hence, for us as physics teachers, it matters what percentage of our students are still only displaying the concrete-operational stage of reasoning. Because human beings can develop through these stages of reasoning, when late adolescent to early adult students are not yet at the stage of formal operations, it becomes our responsibility to facilitate the continued development in their reasoning.

2 THE CHALLENGE WE FACE

For many in the physics teaching community in the U.S., the first introduction to Piaget's ideas was an article published in 1971 in the *American Journal of Physics*. (McKinnon, Renner, 1971). Many younger members of the physics teaching community might be surprised at several points made in the article so long ago. McKinnon and Renner concluded that:

If colleges and universities do not try to solve the problem by assuming the responsibility for the intellectual development of their students, but continue to look at their primary purpose as the transmission of information about the several disciplines, the elementary and secondary schools will continue to fail in their mission of truly educating students. The needed changes, however, can come only through acceptance of inquiry by *all* of those who teach the teachers. — p. 1 052

This call for all who teach science to be engaged in learning science via inquiry has been repeated many times in subsequent years. To what extent is this an important part of the preparation of teacher candidates in science today?⁸ It is still practically nonexistent in most teacher preparation programs in the U.S. At best lip service is paid to inquiry as one topic among very many in a “methods” course.

McKinnon and Renner establish that this is a problem by demonstrating that students entering college do not mostly demonstrate formal operations in their school work. Using Piagetian-based tasks completed by these students, McKinnon found that of these students 50 % only displayed concrete-operations in their reasoning and only 25 % displayed formal-operations in their reasoning on the tasks. The other 25 % displayed reasoning, which McKinnon labeled post-concrete-operational. Yet, in the samples of students Piaget and his colleagues studied students who began to develop and demonstrate formal-operational reasoning patterns between the ages of 11 & 15.

⁸To what extent is it present in the teacher preparation programs in other countries?

We know now there are noticeable differences in the ages of onset of formal-operational reasoning between the Swiss children Piaget studied and, for example, members of nomadic groups in the near East. But, should differences as large as McKinnon and Renner saw exist between the Swiss children and American children? In this question a key word is “should”. On one hand, we believe things are as they are for explainable reasons. Hence, one might say that since the culture in which the Swiss students Piaget studied grew up is different than the culture in which American children grew up, then, yes, there should be a difference. On the other hand, we should keep in mind that the development Piaget describes is a property of human beings. In which case, we should be asking, if the Swiss children began developing formal-operational thought between the ages of 11–15, then why aren’t our children in the U. S. developing this kind of reasoning at the same age and could they do it even earlier?⁹

McKinnon and Renner conclude that one major reason for this delay in development of reasoning is how teachers are prepared to teach by the universities.

Who is teaching in the elementary and secondary schools? Teachers who have been educated in the existing colleges and universities. Those teachers have been subjected to four years of mainly *listening* experience [in college, following 12 years of essentially the same in primary and secondary school]. They have been lectured to, told to verify, given answers, and told how to teach. Lest you think the foregoing happens entirely in the colleges and/or departments of education, remind yourself that *all the content taken by a teacher* (which represents a substantially greater number of credit hours than do courses in education) *is taken outside the College of Education at a university*. Teachers are, in other words, not having the kinds of experiences with inquiry, which Piaget’s theory of cognitive equilibration and the findings that support it suggests they must have in order to allow logical thought processes to develop.

... The responsibility, then, for the small percentage of high school students attaining formal operations rests in part at the door of the institutions of higher education. They have assumed that their role is to tell. Future teachers, therefore, assume that telling is teaching and when they get their first class, they tell, tell, tell! All the while, very little, if any, intellectual development is going on. — *ibid*, p. 1051
(*emphasis* in the original)

Just a few years later Arons and Karplus point out that the evidence seemed on average to be that of the population ranging from 13 to 45 years of age only about a third demonstrate formal operations in their reasoning, a third only demonstrate concrete operations, and a third seem to be in transition in their reasoning. (Arons, Karplus, 1976) These proportions seemed to be relatively static in their reviews of the accumulating data. For them this suggests a conclusion and indictment against our educational systems.

If it is indeed true that one-third of the school population is formal operational by the age of about 14 while one-third is still concrete and that these proportions do not change substantially from then on in spite of further schooling (including at least some university levels), then we face

⁹This question could probably be asked about other countries, too.

the implication that our educational system is not contributing significantly to intellectual development (abstract logical reasoning). — p. 396

Arons and Karplus go on to point out that

If perpetuation and advancement of a democratic society do indeed demand the broadest participation of a thinking-reasoning citizenry, if intelligent participation does involve abstract reasoning on matters such as, for example, what constitutes *enlightened* self interest, if more people must be counted on to engage in decision making when confronted with incomplete, “on the one hand . . . and on the other hand” evidence shorn of reliance on a “pat” answer from an ultimate “expert” . . . then we *must* gear our educational system to greater effectiveness in enhancing intellectual development than the incoming data show it to exert. — p. 396 (*emphasis* in the original)

3 IS THE CHALLENGE STILL TO BE MET?

3.1 IN CURRENT CLASSROOMS

In the 1970’s assessments of students’ stages of development of reasoning were made by having students generate free-form responses to puzzles involving the reasoning schemes in concrete-operational and formal-operational thinking. These free-form responses were then individually judged for the presence or not of the reasoning schemes. Needless to say, this is a process too time intensive to be used with a large number of students by classroom teachers.

Various research groups generated a number of multiple-choice format diagnostics. Anthony Lawson, who had been a graduate student of John Renner’s, developed one that is in use today. It is called the Classroom Test of Scientific Reasoning (CTSR). (Lawson, 1987) Coletta & Phillips compared results from the CTSR, the Force Concept Inventory (FCI)¹⁰, and normalized gain over the semester on the FCI for college students taking physics. (Coletta, Phillips, 2005) They found a significant number of students whose performance on the CTSR did not reveal formal-operational reasoning.

The CTSR diagnostic has been used as a pre-diagnostic in a conceptual physics course on motion and force for non-science undergraduate majors at the university level. In the present work the diagnostic is being scored on a 0–24 scale. The high score indicates the presence of the appropriate formal-operational scheme in each pair of questions. The typical distribution of students in this course by level in college can be seen in Figure 1. There is a distribution across the levels, more freshmen than seniors, but still a noticeable presence of upper division students.

The distribution of pre-CTSR scores can be seen in Figure 2. In principle all of these students could have developed formal operations by the typical beginning college age of 17 or 18. The average age of these students is higher than that. The average of this set of pre-CTSR scores is 14.4. The median score is 14 and the mode of the distribution is 13. The design of the CTSR and its scoring suggest that for a student to display fully formal-operational reasoning the score would need to be 24 or nearly so. Only about 17 % scored 20 or higher. This is consistent with the kind

¹⁰The FCI also is used to study the efficacy of physics courses. (Hestenes, et al., 1992)

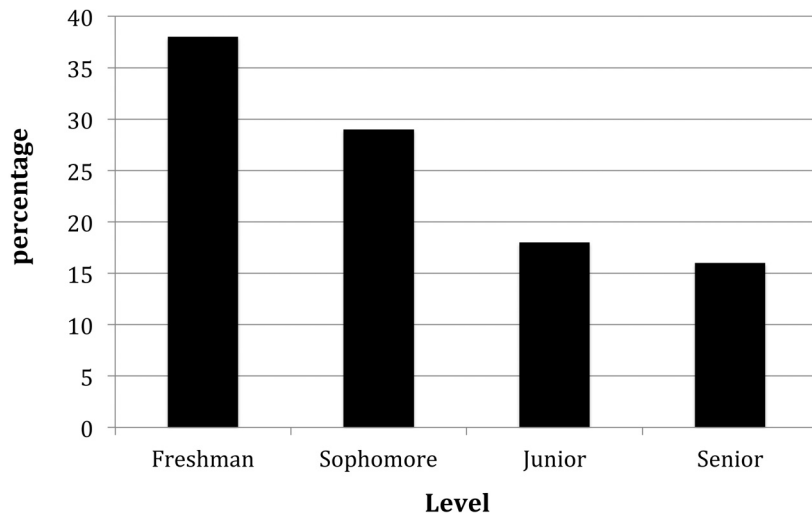


Figure 1: Distribution by level in college

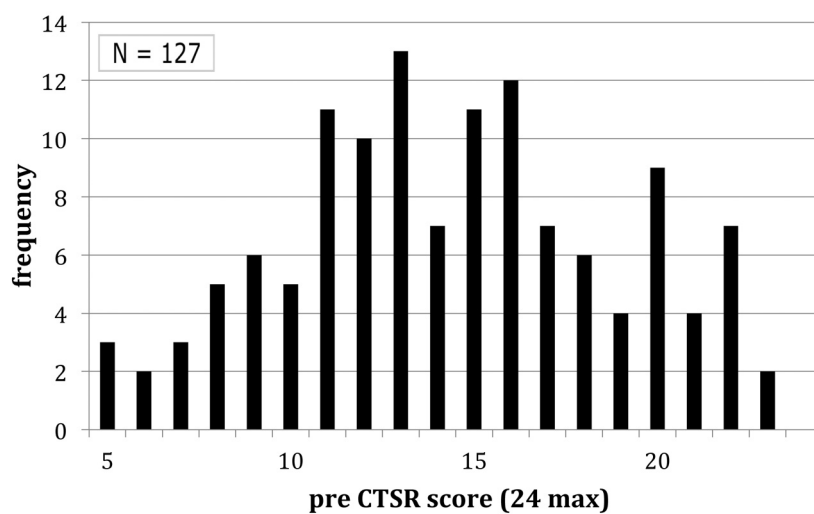


Figure 2: pre CTSR Scores-Motion & Force

of findings published in the 1970's. Few display all of the patterns of reasoning in the stage of formal operations.

3.2 A STUDENT UNDERSTANDING-DRIVEN PEDAGOGY

The students represented in Figures 1, 2 were taking a course for which the folk-theory of teaching is abandoned. The folk-theory of teaching can be described in the following way.

*Teaching is the presentation of established canon
by approved methods
for the benefit of the deserving.*

It is called a folk-theory of teaching because it is...

- a belief about what teaching is,
- accepted by all, and
- generally unquestioned.

This folk-theory implies knowledge can be transmitted from one person to another, there are certain preferred methods, and only certain students are able to “get” what is being transmitted. It is one of a number of ways to interpret experience in classrooms and to explain the results of instruction.

Instead of a folk-theory pedagogy, these students experienced a student understanding-driven pedagogy, based on the theory of cognitive equilibration and a view of the nature of knowledge consistent with Piaget’s and radical constructivism. (Chapman, 1988; Glaserfeld, 1995) This pedagogy is the result of a development effort by Dykstra starting in 1988 and described in some detail in a 2005 publication.¹¹ (Dykstra, 2005) In the view of the nature of knowledge employed in this pedagogy, explanatory knowledge has the status of stories we construct to explain experience and predict new ones. Of such knowledge, Piaget wrote:

Knowledge is not a copy of reality. To know an object, to know an event, is not simply to look at it and make a mental copy or image of it. To know an object is to act on it. (Piaget, 1964)

It is clear there is an undeniable role played by experience in cognitive development; however, the influence of experience has not resulted in a conception of knowledge as a simple copy of outside reality. (Piaget, 1972)

The canon ceases to be a guide to instruction in this student understanding-driven pedagogy. Instead the nature of the students’ conceptions about the phenomena become the guide. The goal in this instruction is for students to make changes in their existing conceptions or understanding of the phenomena studied in the course. Necessarily then the objects of attention and manipulation are not apparatus in lab, the phenomena, or mathematics on paper, but instead the students’ conceptions of the phenomena. The students are the only ones who can really know their own conceptions and they are the only ones who can change their own conceptions. This places the teacher in a profoundly different role than in the folk-theory of teaching. Instead of the students being outside looking in at a teacher in the folk-theory pedagogy, the students are “inside” looking at their own conceptions and their own experiences. The teacher’s role then is to direct the students’ attentions to experiences with a phenomenon that do not match their conceptions of the phenomenon, in other words, set the students up for disequilibrium.

The theory of cognitive equilibration suggests that if there is to be change in such conceptions, then the students need to become aware of disequilibrium between their conceptions of a phenomenon and their experiences with that phenomenon. The course runs in *elicit, compare, resolve, apply* cycles that merge one cycle to the next and sometimes nests cycles within other cycles. The *elicit* and *compare* steps are the main subjects of weekly laboratory sessions. Class time is primarily

¹¹Three units of the American Association of Physics Teachers (AAPT) publication, *Powerful Ideas in Physical Science (PIPS)*, written by the present author, make use of student understanding-driven pedagogy: *Electricity* (1995), *Motion* (2002) and *Force* (2002). More about PIPS can be found on the website for these AAPT materials for use at the college and other levels: <http://www.aapt.org/publications/pips.cfm>, last downloaded 2 Sept 2011. Numerous presentations on aspects of and learning results from this student understanding-driven pedagogy at AAPT national meetings have been given since 1989. Workshops involving this pedagogy have been given numerous times at AAPT national meetings: *Image formation by lenses* (starting in 1989), *Powerful Ideas in Physical Science* (starting in 1995) and the *Piaget beyond “Piaget”* (starting in 2006).

used for the *resolve* steps. Meetings of the full class are run like town-hall meetings to harness the power of many minds to the challenge of constructing or modifying conceptions to fit the phenomenon. Whatever has been decided so far about the phenomenon is *applied* in subsequent *elicitation* steps.

The process starts in the laboratory. For example, students studying light and optics might enter their lab session to find an unfrosted, shaped filament lamp turned on. One meter from the filament is a +30 cm lens. Beyond that is a small screen made from a manila file folder set so that a very sharp image of the filament is on it. Because the focus of attention is the students' conceptions about images, they are not allowed to manipulate the apparatus or interrupt the light between filament and image in any way at the beginning of an activity or cycle. Instead, they are asked: What do you think will happen if we were to cover the top half of the lens with an opaque card?¹²

The typical student conception here seems to be that the image leaves the lens as an entity, travels through space where it encounters the lens. The lens is an agent, which inverts the image and projects the sharpened or focused image on the screen. We work in a ray model of light, so they will typically draw horizontal rays from points on the filament to the lens. Rays from the top of the filament cross rays from the bottom of the filament after or in the lens as a result of the action of the lens on them. Where the crossing point is positioned differs. Some students have the rays cross in the center of the lens, others at the back face of the lens, still others in the region between the lens and the image. Essentially all of the students predict that half the image on the screen will be missing, because half the image (traveling as an entity from the filament) is blocked by the card. The differences in crossing point location result in different predictions about which half of the image will be missing, the top half or the bottom half. Everybody is convinced that half of the image will be blocked and now they have reasons to support their convictions.

To get to this point the students are asked to make the first two steps in a lab activity. First (step 1), answer on paper: What do you think will happen and why? Then (step 2), listen to the ideas of your lab partners (4 person lab groups) and try to understand what the members of the lab group think will happen. Record your group's ideas on paper. Then, and only then, the students are invited to make observations (step 3). They cover half the lens as they watch the image. They encounter a very surprising experience. When half the lens is covered, the whole image remains! Many experience disequilibrium immediately. They try several times, both sides of the lens, top half-bottom half, left half, right half and then are invited to explore the question: How much of the lens can you cover and still see the whole image? The students are asked to make notes about the aspects of what actually happened which did not match anyone's predictions. In the last step (step 4) of the activity, they are asked to assess the situation. What are the implications for the reasons we had to support our predictions? What might be alternative ways of thinking about the images, which might have predicted what we actually experienced? Final, conclusions, well worked out explanations are not called for or typically even possible at this point in an activity. The goal of the lab is not closure, but its opposite through disequilibrium. In each 2-hour lab period the students go through 2 to 4 of these activities. Most of the time is not spent manipulating

¹²The question is left intentionally ambiguous as to which side of the lens this card is placed on. When the students ask, the response is something like: If you think it matters, then give your explanation as to why. If you do not think it matters, then give your explanation as to why. The question comes from (Goldberg, McDermott, 1978).

apparatus. Instead, most of the time is spent with students eliciting their own ideas, comparing notes on each other's ideas, and considering the implications of observations that do not match predictions.

In the class meetings, gathering all of the members of all of the lab sections, the issues that arose due to the disequilibrium experiences are the objects of attention, discussion and debate. The goal here is to pool the ideas in the class about what an explanation would need to be in order to have predicted the observations in lab. The possibilities that seem reasonable to the class become the basis for steps 1 in the lab activities the next week. While disequilibrium is resolved, new ones occur each week in lab. Eventually, the class constructs an explanatory scheme, which works well to explain the evidence encountered.

The students find themselves in possession of a theory of image formation by lenses in terms of light rays that they have constructed themselves.¹³ The theory can be applied to new situations not studied or discussed in class, which is what students find themselves being asked to do in exam questions. Since the goal of the course is for students to have constructed a new explanatory system for themselves, the exam questions¹⁴ are designed such that the responses are indicators of which understanding a student is using, the original one from before the beginning of class or the one the class constructed to fit the evidence so far.

Several units of study are in various states of development. These are on image formation by lenses, on electric circuits, on thermal phenomena, on color, on motion and on the nature of force.

The student understanding-driven pedagogy differs in certain respects from, but not totally incompatible with, other known approaches. Probably the best known, PER research-based approaches are by McDermott and colleagues at the University of Washington-Physics by Inquiry, Hestenes and colleagues at Arizona State University-modeling instruction, Etkina and colleagues at Rutgers University-investigative science learning environment (ISLE), and Karplus and colleagues at the University of California-the learning cycle.

This student understanding-driven pedagogy has been examined extensively in the motion and the force units using a diagnostic of students' conceptions of motion and force, named the Force and Motion Conceptual Evaluation (FMCE). (Thornton, Sokoloff, 1998) This work has been described elsewhere. (Dykstra, 2005) With the student understanding-driven pedagogy, the non-science/non-engineering majors, typically, show a shift in the class average on the FMCE from pre to post by 60 % of the total possible change. In physics courses for science and engineering majors taught using folk-theory pedagogy, this shift from the pre to post scores for the FMCE is typically 15 % of the possible change. The typical average pre scores are about 1 out of 15 and about 2 out of 15, for the non-science majors and the science & engineering majors, respectively.¹⁵ What could the science & engineering majors

¹³This theory is not one familiar to most physicists because they have never been engaged in developing or even considering such a theory in their preparations or their own teaching. It also entails some relatively controversial conclusions, such as the converging lens has nothing to do with the inversion of the real image.

¹⁴Using Howard Gardner's suggestion that: "If, when the circumstances of testing are slightly altered, the sought-after competence can no longer be documented, then understanding-in any reasonable sense of the term-has simply not been achieved," the questions involve application to situations not encountered in class. (Gardner, 1991)

¹⁵It is important to note that in the U. S., nearly all of the students represented here have had folk-theory instruction on motion and force inflicted on them once in the middle grades. Many of the science & engineering majors have had a second round of folk-theory instruction on motion

do under the student understanding-driven pedagogy? If we know of at least one example such as this of a pedagogy that is so much more effective, then do we not have a responsibility to reconsider the wisdom of staying with the folk-theory of teaching? Don't we owe this to our students, professions and society?

While we see impressive results in change of students' conceptions concerning motion and force here, it is still important to note that the average shifts are still only 60 % of possible. An obvious step is to begin looking for another factor, which might be taking a role in the success or lack of success of some students. One such factor as suggested earlier in this piece is the development of reasoning of the students.

3.3 IS THE DEVELOPMENT OF REASONING A POSSIBLE FACTOR IN THIS CASE?

One can ask: to what extent does the pre-CTSR score predict performance by the end of the semester? One way to judge this is to plot the percentage score on the final against the pre-CTSR score. We see the result in Figure 3. The data is for more than one semester of the course, but the final each semester is equivalent to previous semesters and it is not returned to the students. We see there is a fairly strong correlation of 0.6 with a slope of 3.0 on the best straight line through the data. It appears that a pre-CTSR score of 10 or less seriously diminishes the chances of earning a 70 % or higher on the final. Apparently, the CTSR does have some relevance for predicting student success on the final in this student understanding-driven instruction.

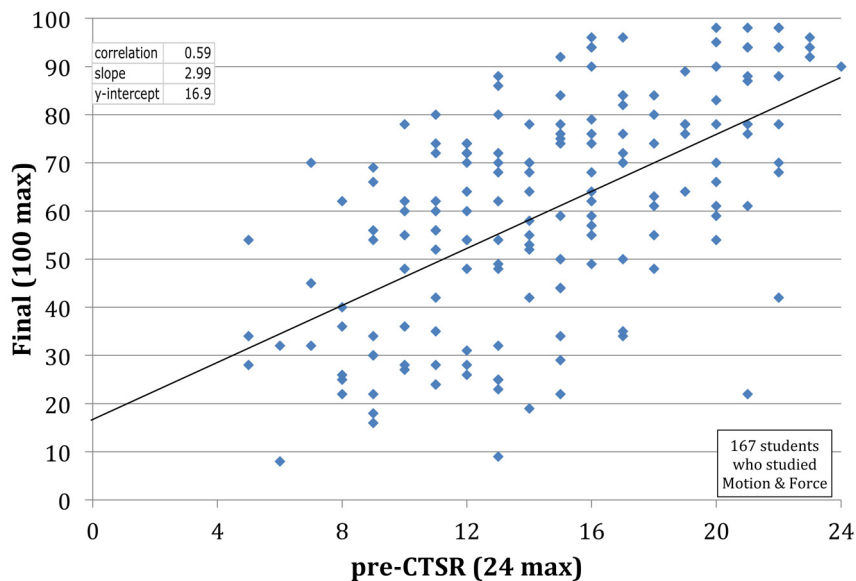


Figure 3: Final vs. pre-CTSR

Narrowing our attention to students not so successful in the course: Could one factor contributing to these students not thriving be their development of reasoning?¹⁶ There are two pieces of evidence, which might support the con-

and force inflicted on them in what is called high school physics. Given the very low pre scores on the FMCE, what must not have been happening in the folk-theory instructional experience in physics?

¹⁶This question implies a conjecture namely that less successful student are less successful because their reasoning has not yet developed to formal-operational thought.

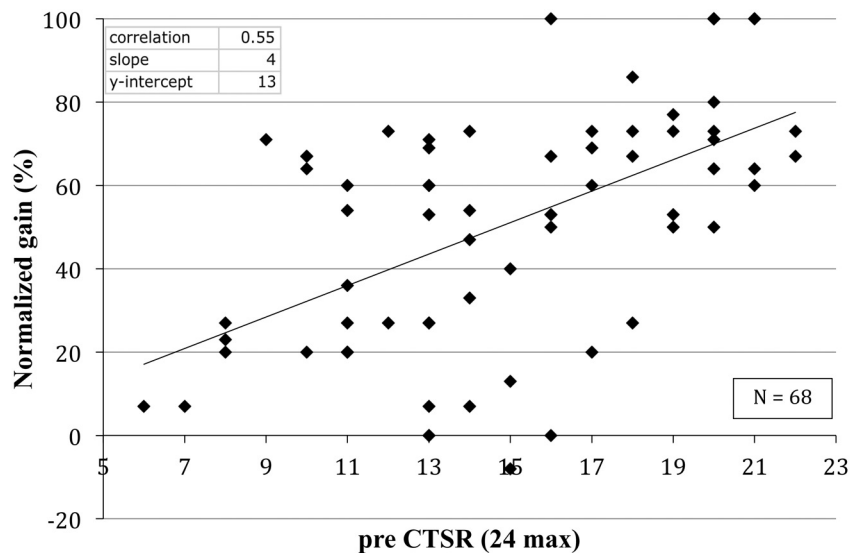


Figure 4: Normalized Gain vs. pre CTSR

ture implied in this question. One is that this instruction has been used with high school physics classes in which the FMCE was used pre and post. In this trial of a student understanding-driven pedagogy, the average gain of the two 25 student classes was about 6 standard deviations (Dykstra, 2005).¹⁷ One could argue from this that even though the CTSR was not administered in this trial, the percentage of students likely to be displaying formal operations in high school physics might be fairly high. If one accepted this description as likely then there would be a basis for the conjecture contained in the question at the beginning of this paragraph.

The other piece of evidence supporting this conjecture is the data presented in Figure 4. In Figure 4, the percent of possible (normalized) gain from pre to post on the FMCE is plotted against the pre-CTSR scores of the same students. The scatter of points is not random. The correlation here is 0.55. It is not an extremely strong correlation, but also not an extremely weak correlation. From this data, it appears that as the pre-CTSR score drops below 12 out of 24, the average normalized gain on the FMCE drops off rather rapidly.

Another disturbing pattern in the data collected is the correlation between GPA¹⁸ (grade point average over all college courses taken so far) and the pre-CTSR score. At the university from which this data was collected the maximum GPA is 4.0, which is earned on the credits for a course in which a student earns the grade of A. Should we expect there to be a correlation between a student's pre-CTSR score and GPA? If the exhortations of McKinnon and Renner and of Arons and Karplus have been heeded, one would expect this answer to be yes. Figure 5 is a plot of GPA against pre-CTSR. The correlation between this measure of development of reasoning and the GPA of students ranging from freshman to senior levels at the university is essentially zero. Apparently, at least for this batch of students at this particular university, the exhortations of McKinnon, Renner, Arons and Karplus

¹⁷This evidence also suggests an answer to the question raised earlier concerning how science and engineering majors might perform as a result of student understanding-driven pedagogy.

¹⁸The students in this study are all non-science, non-engineering majors. Their GPAs are uninfluenced by standard physics teaching since they have not taken any other physics courses to contribute to their GPAs. Their GPAs are accumulated from courses not in science or engineering. Hence, this is a reflection of standard folk theory teaching in other subjects.

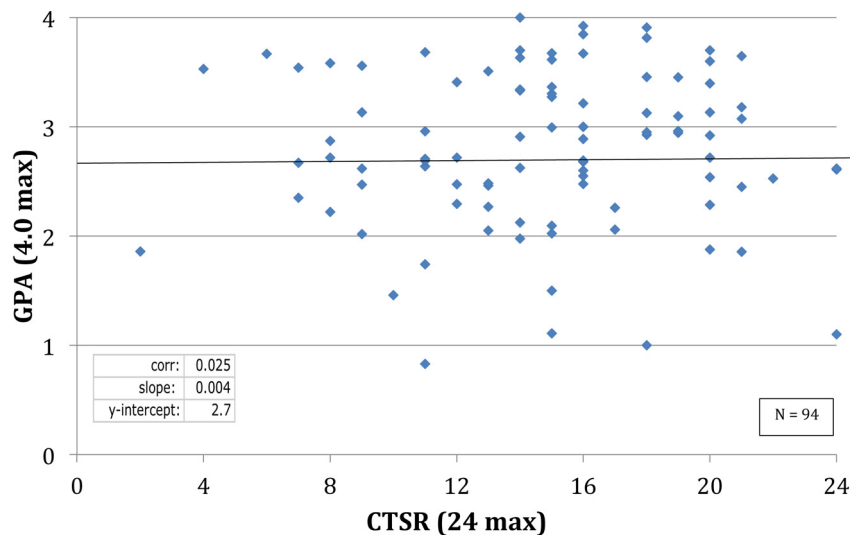


Figure 5: GPA vs. CTSR

are not being heeded.¹⁹ The reader is invited to explore this issue at the reader's institution.

One question that arises here is: to what extent does the student-understanding driven pedagogy in these situations have an effect on the development of reasoning of the students. There is some data collected locally indicating the class average shift on the CTSR is in the right direction, but small. Two factors enter into the situation. First, in actual course settings, at the end of the semester when one would want to administer the post CTSR, students are not very interested in taking time in class or lab for something that is not on topic in the course, so post data on the CTSR is very hard to collect. Second, the specific details of the pedagogy are not designed to attend to making progress in the development of reasoning. They are designed to induce disequibrations and support the subsequent self-regulation. Changes that might promote development of reasoning and still accomplish the existing changes in understanding are being considered.

4 IN CONCLUSION

One might argue that the CTSR looks too much like science, which might have an effect on the performance of non-science students. This might indeed be a factor for some students, but the CTSR does not actually require any previous knowledge in science. Indeed, it would be good to have a CTSR-like diagnostic that is more content neutral to avoid this possible effect, but such a diagnostic seems not to exist at present. Such a diagnostic could not be content free, but it could conceivably be more content neutral than the CTSR.

Apparently, formal-operational reasoning is not a necessary attribute for success in the undergraduate courses these students have experienced. But, then why

¹⁹Now one can argue that this is not a representative sample of college students in North America. Yet, in the now famous example of the FCI, many college faculty responded to the effect that these results are only for students at Arizona State — the students at my university are much better than that. (Hestenes, 1992) Eric Mazur at Harvard reacted this way. But, he was quite surprised when his students really did not do any better on the FCI. One can find this on YouTube if one searches there for: confessions of a converted lecturer. He came up with a way to interrupt lecture to engage students in actually making sense of the topics. It is clear to him that the changes in understanding happen because of these interruptions to lecture.

would development in reasoning be an expected outcome from folk-theory teaching as telling and assessment as regurgitation of what was told?

Sadly, it has been demonstrated that courses can be taught which do result in students advancing their development of reasoning. McKinnon and Renner described one such example. It has been demonstrated since then most clearly in the work of Shayer and Adey with Cognitive Acceleration (Adey, Shayer, 1994), the ADAPT Program at the University of Nebraska (Fuller, 1975) and the work of Reuven Feuerstein with Instrumental Enrichment (Feuerstein, 1985). *Isn't there an obligation on us implied by the fact it is known how to facilitate the development of reasoning in our students?*

With the evidence in Figure 5, as McKinnon and Renner pointed out, we are continuing to send teachers into the schools to *tell* students the canon, instead of develop in their reasoning and their understandings of the phenomena we study in science. As Arons and Karplus pointed out, when we deprive our teacher graduates of this opportunity to develop, we deprive their students of the same opportunity, and thereby our society, of the opportunity to develop to formal operations in order to make the society we live in better, more civil and more just. *Should college students develop formal-operational thought as a criterion for graduation? When we know how to make these necessary changes for our students, are we justified in continuing **not** to?*

BIBLIOGRAPHY

ADEY, P., SHAYER, M. *Really raising standards: cognitive intervention and academic achievement*. London : Routledge, 1994.

ARONS, A. B., KARPLUS, R. Implications of accumulating data on levels of intellectual development, *American Journal of Physics*, 44 (4) 1976, p. 396.

CHAPMAN, M. *Constructive Evolution*. Cambridge, UK : Cambridge University Press, 1988.

COLETTA, V. P., PHILLIPS, J. A. Interpreting FCI scores: Normalized gain, pre-instruction scores, and scientific reasoning ability, *American Journal of Physics*, 73 (12) 2005, p. 1172–1182.

DUCKWORTH, E., NICHOLS, B. The elementary science study branch of educational services incorporated, *Journal of Research in Science Teaching*, 2 (3) 1964, p. 241–243.

DYKSTRA, D. I., Jr. Against Realist Instruction: Superficial Success Masking Catastrophic Failure and an Alternative, *Constructivist Foundations*, 1 (1) 2005, p. 49–60.

DYKSTRA, D. I., Jr. Force Unit, In *Powerful Ideas in Physical Science — a model course*, AAPT : College Park, MD, 2002.

DYKSTRA, D. I., Jr. Motion Unit, In *Powerful Ideas in Physical Science — a model course*, AAPT : College Park, MD, 2002.

DYKSTRA, D. I., Jr. Electricity Unit, In *Powerful Ideas in Physical Science — a model course*, AAPT : College Park, MD, 1995.

- FEUERSTEIN, R. *Instrumental Enrichment: An intervention program for cognitive modifiability*. New York, NY : Scott Foresman & Co, 1985.
- FULLER, R. G., CAMPBELL, T. C., DYKSTRA, D. I., STEVENS, S. *College Teaching and the Development of Reasoning*. Charlotte, NC : Information Age Publishers, 2009.
- FULLER, R. G. *ADAPT Program — Accent on Developing Abstract Processes of Thought*, 1975 url: (<http://digitalcommons.unl.edu/adapt/>), last accessed: 10 May 2010.
- GARDNER, H. *The unschooled mind: how children think and how schools should teach*. New York, NY : Basic Books, 1991.
- GLASERSFELD, E. V. *Radical Constructivism*. New York, NY : Falmer Press, 1995.
- GOLDBERG, F., MCDERMOTT, L. Investigation of student understanding of real image formation by a converging lens or concave mirror, *American Journal of Physics*, 55 (2) 1987, p. 108–199.
- HESTENES, D., WELLS, M., SWACKHAMER, G. Force Concept Inventory. *The Physics Teacher*, 30, 1992, p. 141–158.
- KARPLUS, R. The Science Curriculum Improvement Study, *Journal of Research in Science Teaching*. 2 (4) 1964, p. 293–303.
- LAWSON, A. E. Hofstein and Mandler's use and interpretation of the Lawson test of formal reasoning, *Journal of Research in Science Teaching*, 24 (7) 1987, p. 683–686.
- LIVERMORE, A. H. The Process Approach of the AAAS Commission on Science Education, *Journal of Research in Science Teaching*, 2 (4) 1964, p. 271–282.
- LORENÇO, O., MACHADO, A. In Defense of Piaget's Theory: A Reply to 10 Common Criticisms, *Psychological Review*, 103 (1), 1996, p. 143–164.
- MCKINNON, J. W., RENNER, J. W. Are colleges concerned with intellectual development?, *American Journal of Physics*, 39 (9), 1971, p. 1 047–1 052.
- PIAGET, J. *The Equilibration of Cognitive Structures: The Central Problem of Intellectual Development*. Chicago : University of Chicago Press, 1985.
- PIAGET, J. Problems of Equilibration, *Piaget and Inhelder on Equilibration*, C. F. Nodine, J. M. Gallagher, and R. H. Humphreys (eds), Philadelphia : The Jean Piaget Society, 1972, p. 1–20.
- PIAGET, J. Part I: Cognitive development in children: Piaget development and learning, *Journal of Research in Science Teaching*, 2 (3), 1964, p. 176–186.
- THORNTON, R. K., SOKOLOFF, D. R. Assessing student learning of Newton's laws: The Force and Motion Conceptual Evaluation and the Evaluation of Active Learning Laboratory and Lecture Curricula, *American Journal of Physics*, 66 (4), 1998, p. 338–352.

Dewey I. Dykstra, Jr. – E-mail: ddykstra@boisestate.edu
Boise State University, Boise, ID 83725-1570, USA

Integrovaná výuka přírodovědných předmětů na základních školách v českých zemích – minulost a současnost

Eva Hejnová

Abstrakt

Článek analyzuje základní příčiny současného nepříznivého stavu integrované výuky na našich základních školách. Analýza této problematiky vychází z historického vývoje integrované výuky v českých zemích a zahrnuje i aktuální problémy, které jsou spojeny s hledáním nového paradigmatu přírodovědného vzdělávání. Větší pozornost je věnována zejména pregraduální a postgraduální přípravě učitelů přírodovědných předmětů. Možné návrhy řešení situace v této oblasti se opírají o výsledky dotazníkového průzkumu provedeného v roce 2010.

Klíčová slova: základní škola, integrovaná výuka, integrované kurikulum, přírodovědné vzdělávání.

Integrated Instruction of Science Subjects at Basic Schools in the Czech Countries – the Past and the Present

Abstract

This paper analyses basic causes of the contemporary unfavourable state of integrated instruction at our basic schools. The analysis of these problems proceeds from the historical development of integrated instruction in the Czech countries and involves also the actual problems that are linked with the search for a new paradigm of science education. Predominantly, the paper focuses on the pregradual and postgradual training of the teachers, who teach science subjects. Possible proposals of a solution in this area are proceeded from a questionnaire survey carried out in 2010.

Key words: basic school, integrated instruction, integrated curriculum, science education.

1 ÚVOD

Náš školský systém prochází v současné době mnoha proměnami, z nichž mnohé jsou vnímány pedagogickou veřejností s jistými rozpaky či nedůvěrou. Také výuka přírodovědných předmětů na základních (ale i středních) školách prochází v současnosti obdobím hledání dalšího směřování. Rychle se rozvíjející vědní disciplíny s mnoha mezioborovými vazbami se stávají nepřehlédnutelnou výzvou pro inovaci obsahu i metod přírodovědného vzdělávání. Také světové trendy v přírodovědném vzdělávání ukazují na užitečnost větší, či menší míry integrace některých předmětů či témat, která může přispět ke zvýšení atraktivity přírodovědných oborů, což úzce souvisí zejména se změnou postojů žáků k výuce přírodovědných předmětů, konkrétně se zvýšením motivace žáků učit se těmito předměty (Eurydice, 2006; ¹Bílek, 2008). Kromě toho může integrace přispět i k větší efektivitě vzdělávání, kterou lze zjišťovat např. měřením výsledků vzdělávání (viz např. mezinárodní výzkum PISA, Straková, 2002, s. 38). Přesto se většina základních škol v České republice z nejrůznějších důvodů stále drží tradičního rozdělení na samostatné učební předměty.

Výuka přírodovědných předmětů na základních školách v České republice je v současné době ovlivňována Rámcovým vzdělávacím programem pro základní vzdělávání (dále jen RVP ZV), který naznačuje možnosti zavádění integrované výuky a integrovaných vyučovacích předmětů do učebních plánů a osnov základních škol, jež jsou realizovány prostřednictvím školních vzdělávacích programů. RVP ZV však nelze chápat jako cíl, ale spíše jako cestu k hledání nového paradigmatu přírodovědného vzdělávání (Škoda, 2005). Toto nové paradigma bude zřejmě klást velký důraz na multidisciplinární charakter přírodovědného vzdělávání, které musí být nutně založeno na integraci poznatků a přístupů různých vědních disciplín (¹Škoda, Doulík, 2009). Menší důraz bude dávat na předávání velkého množství izolovaných poznatků a bude se více zaměřovat na individualizovanou výuku, jež bude vycházet zejména z konstruktivistických metod učení a badatelsky orientovaného vyučování (Nezvalová, 2010; ¹Papáček, 2010).

V tomto příspěvku bychom rádi ukázali několik základních příčin současného stavu integrované výuky na našich základních školách, přičemž se zaměříme zejména na pedagogický a historický kontext této problematiky. Pozornost budeme věnovat i pregraduální přípravě budoucích učitelů přírodovědných předmětů, včetně dalšího (postgraduálního) vzdělávání učitelů, neboť zmíněné skutečnosti považujeme při řešení tohoto problému za klíčové.

2 VYMEZENÍ ZÁKLADNÍCH POJMŮ

Uvedme nejprve přehled některých základních pojmů, které budeme v dalším textu používat. První přesnější vymezení integrované výuky se objevilo v šedesátých a sedmdesátých letech 20. století, kdy ve světě (zejména ve Velké Británii, USA a Kanadě) dochází k výrazným inovačním snahám v obsahu i formách školního vzdělávání, jejichž cílem bylo zvýšení jeho úrovně a také zvýšení zájmu o přírodovědné předměty. Pojem **integrace přírodních věd** byl charakterizován jako „přístupy, při nichž jsou koncepce a principy přírodních věd prezentovány tak, že vyjadřují základní jednotu přírodovědného myšlení a pojmů a potlačují přežilé nebo nevýznamné rozdíly mezi různými oblastmi přírodních věd“ (Lepil, 2006). **Integrovanou výuku** pak můžeme podle Podroužka (2002) chápat „ve smyslu spojení (syntézy) učiva jed-

notlivých učebních předmětů nebo kognitivně blízkých vzdělávacích oblastí v jeden celek s důrazem na komplexnost a globálnost poznávání, kde se uplatňuje řada mezipředmětových vztahů. Integrovaná výuka tak není založena na vybraných oblastech vzdělávání či učebních předmětech, tj. na předmětovém kurikulu, ale vychází z tzv. **integrovaného kurikula**.“ Integrované kurikulum je podle Pedagogického slovníku (2001) „vzdělávací program založený na integrované výuce“ (u nás má toto kurikulum tradici zejména na 1. stupni, na vyšších stupních se zpravidla uplatňuje předmětové kurikulum). Integrované kurikulum je založeno zejména na mezipředmětových vazbách v obsahu učiva, přičemž jsou respektovány vztahy a souvislosti mezi vzdělávacími obsahy různých učebních předmětů a je podporováno celistvé (propojené) chápání skutečnosti žáky (Podroužek, 2002).

Podle stupně integrace může být integrovaná výuka v širším slova smyslu podle Podroužka (2002) chápána jako **konsolidování učiva**, tj. ve smyslu sjednocení obsahů různých učebních předmětů v samostatný učební předmět (časté bývá např. spojení chemie a fyziky). Většinou se uplatňují pouze dvouoborové mezipředmětové vazby, jednotlivá témata jsou řazena za sebou, přičemž se vychází ze stanovení způsobu a struktury řazení poznatků jednotlivých oborů. Jejich obsah však zůstává relativně samostatný. V tomto případě mluvíme o tzv. **vnější integraci**, neboť jsou spojovány učební předměty z podobných kognitivních oblastí. Jako klíčové se v tomto případě jeví vhodné řazení jednotlivých témat integrovaných oborů. To umožňuje řešit danou problematiku z různých úhlů pohledu a pomáhá postihovat souvislosti mezi jednotlivými problémy. Při tomto způsobu integrace je třeba zejména řešit otázku, které učební předměty je vhodné spojovat.

Integrovaná výuka může být podle Podroužka (2002) chápána také jako **koncentrování učiva**, tj. ve smyslu výkladu nebo řešení určitého problému současně z různých hledisek jednotlivých vědních oborů, a tak vytvoření nového učebního předmětu, který by umožnil různé pohledy na daný problém spojit v jeden celek a uplatňovat tak řadu multilaterálních mezipředmětových vazeb v obsahu učiva (lze se např. zabývat pohledem na vzduch, vodu atd. z hlediska přírodopisu, fyziky, chemie, zeměpisu apod.). V tomto případě se jedná o **vnitřní integraci** a často se pak mluví o tzv. **sjednocené výuce** (Lepil, 2006). Ta směřuje k jednotnému pohledu na vybraný problém a jeho řešení z pohledu několika učebních předmětů současně. V tomto případě je nutno řešit primární otázku, co a jak vybrat z obsahu tradičních učebních předmětů a jak stanovit rozsah, strukturu a pojetí nového předmětu. Tento přístup umožňuje, aby si žáci vytvořili ucelený obraz okolního světa; eliminuje se tak roztržitost poznatků. Na druhou stranu může být u tohoto typu integrace problém se zachováním logičnosti propojování poznatků. Navíc v našem systému pregraduální přípravy učitelů, která probíhá zpravidla jako dvouaprobační studium, hrozí reálné riziko upřednostňování některého předmětu (případně předmětů) před druhými.

Integrovanou výuku lze také chápat jako **koordinaci učiva** (Janás, 1985), na kterou lze nahlížet jednak ve smyslu logické návaznosti osvojování, rozšiřování a prohlubování učiva v jednotlivých předmětech (koordinace obsahová), jednak ve smyslu používání stejných metod a metodických postupů (koordinace metodická), a také i ve smyslu časové návaznosti na učivo předcházející, na současně osvojované i na učivo budoucí (koordinace časová). Tento způsob integrované výuky je na našich školách využíván zřejmě nejčastěji, neboť umožňuje využívání bilaterálních mezipředmětových vazeb, které učitelé dokáží nejnáze vyhledávat a začleňovat do školních vzdělávacích programů, resp. do učebních osnov jednotlivých předmětů. Tyto vazby lze navíc nalézat téměř mezi jakýmkoliv předměty.

V širším slova smyslu lze integrovanou výuku chápat také jako tzv. **kombinovanou výuku** (Lepil, 2006), kdy se v určitých fázích (zpravidla na začátku nebo na konci druhého stupně základní školy) realizuje sjednocená (integrovaná) výuka přírodovědných předmětů.

Na závěr ještě uvedme, že v užším slova smyslu (Podroužek, 2002; Kovalíková, 1995) je možné integrovanou výuku chápat také jako **soubor integrovaných témat**, která jsou zařazována do samostatných učebních předmětů (podle RVP ZV bývá např. zařazováno průřezové téma environmentální výchova do jednotlivých vzdělávacích oborů nebo vyučovacích předmětů ve vzdělávací oblasti Člověk a příroda). Častou praxí našich základních škol je též provádění různých typů **projektů**, které spojují poznatky z více předmětů s praktickými činnostmi, případně tzv. integrovaných dnů, kdy celá škola realizuje jedno společné téma.

3 INTEGROVANÁ VÝUKA V ČESKÝCH ZEMÍCH V MINULOSTI

Pokud se zabýváme možnostmi využívání integrované výuky na našich základních školách v současné době, je zajímavé i poučné vrátit se do historie. Zde lze objevit mnoho zajímavých myšlenek a návrhů výukových projektů, které v menší či větší míře využívají různých forem integrace. V tomto příspěvku se zaměříme pouze na období od počátku 20. století do současnosti, jež je z hlediska zavádění integrovaných učebních předmětů nejpřínosnější, a to zejména s ohledem na významné inovační snahy v českých zemích, spadající právě do tohoto období, a také s ohledem na jisté paralely s hledáním současného paradigmatu přírodovědného vzdělávání. Zároveň budeme sledovat, jak na pozadí postupně se měnících vzdělávacích paradigmat procházelo přírodovědné vzdělávání během svého historického vývoje obdobími rozvoje i obdobími útlumu.

Na přelomu 19. a 20. století a na počátku 20. století bylo naše školství ovlivňováno zejména německým a rakouským školstvím, což bylo dáno zejména historickým vývojem ve středoevropské oblasti. Toto období lze považovat také za počátek moderního přírodovědného vzdělávání, kdy se začínají formulovat „základy přírodovědného kurikula, základy metod vědeckého zkoumání přírody a jsou formulovány celospolečenské cíle přírodovědného vzdělávání“ (Škoda, Doulík, 2009).

Funkci druhého stupně základní školy tehdy plnily měšťanské školy, které významně ovlivnily „Vzorné učební osnovy pro české chlapecké a i dívčí školy měšťanské“, vydané v Praze v roce 1910 (Podroužek, 2002). Podle nich se mají ve výuce zohledňovat potřeby praktického života a také místní poměry. Každá škola si musela vypracovat zvláštní podrobné osnovy, ve kterých bylo učivo jednotlivých učebních předmětů rozpracováno a zároveň přizpůsobeno místním poměrům školy (můžeme v tom spatřovat zajímavou paralelu k současné situaci v našem školství, kdy každá škola zpracovává svůj školní vzdělávací program). Z pohledu integračních snah je významná skutečnost, že bylo do jisté míry využíváno spojování obsahů jednotlivých učebních předmětů (např. přírodopyt jako učební předmět spojoval fyziku a chemii).

V té době započaly v oblasti přírodovědných a společenských oborů výzkumy zabývající se problematikou tzv. sceleného (sjednoceného) vyučování (Podroužek, 2002). Důraz byl kladen zejména na problematiku strukturace, způsoby koncipování učiva a možnosti jeho sjednocování. Důležitou otázkou se proto stal výběr kognitivních oblastí z hlediska „psychologických nebo logických zřetelů“, které

se měly stát základem integrace. Kromě toho bylo také nutné hledat vhodné tzv. obsahové středy, nazývané také nosné tematiky nebo jádra, které by umožňovaly různorodý obsah učiva spojovat v logický celek.

Tato problematika byla v první třetině 20. století řešena zejména tzv. experimentální pedagogikou, která se utvářela v kontextu **pragmaticky orientovaného paradigmatu** (¹Škoda, Doulík, 2009). V přírodovědném vzdělávání se začíná klást velký důraz na metody vědecké práce (pozorování, experimentování, formulaci a ověřování hypotéz, formulaci závěrů atd.), do škol se zavádí projektová výuka, prosazují se principy činné školy, která klade důraz na aktivitu, tvořivost a názornost. Zároveň se objevují výrazné integrační snahy na základě hledání přirozených souvislostí mezi učebními předměty. Problémem však zůstává nalezení takové didaktické koncepce, která by byla pro spojování jednotlivých učebních předmětů vhodná (Podroužek, 2002).

V roce 1933 byly vydány „Definitivní učební osnovy pro obecné školy“, které umožnily zavádění idejí činné školy do běžné školní praxe. Podle těchto osnov měly být stanoveny tzv. koncentrační osy a středy školní práce, jež měly sloužit jako prostředek, jak se vyhnout nelogičnosti nebo nepřirozenosti při koncipování a strukturování učiva v nových samostatných předmětech. Na vyšším stupni školy (6. až 8. roč.) byly koncentračními středy tzv. reálie (dějepis, zeměpis, přírodopis a přírodopyt, občanská nauka a výchova) (Podroužek, 2002). Integrovaný učební předmět „přírodopyt“, který zahrnoval fyziku a chemii, byl koncipován na základě vnější integrace fyziky a chemie. Objevily se i snahy o koncentraci učiva přírodopytu a přírodopisu.

Výzkumy provedené v tomto období představují první významné pokusy zavádění integrovaných učebních předmětů, které ukázaly na možné způsoby a přístupy k integraci a také identifikovaly problémy s tím spojené. K těmto úskalím patřilo především stanovení nejvhodnějšího způsobu uspořádání učiva, který by omezil preferování některých úhlů pohledu určitého oboru na daný problém na úkor ostatních. Kritizována byla také velká různorodost učiva, která může zabránit vytváření dostatečně přesných představ o jednotlivých oborech.

V období 2. světové války se i nadále vyučovalo podle osnov z roku 1933. Jejich obsah byl, zejména co se týče přírodovědných předmětů, značně redukován a také zatížen fašistickou ideologií (Podroužek, 2002).

Od konce 2. světové války až do poloviny 70. let 20. století bylo pro přírodovědné vzdělávání určující tzv. **polytechnické paradigma** (¹Škoda, Doulík, 2009). Školský zákon z roku 1948, vydaný pod názvem „Učební plány a učební osnovy pro školy národní a střední“, umožnil na 2. stupni základních škol zavedení samostatných učebních předmětů, v nichž byl kladen důraz zejména na předávání systematicky utříděných poznatků jednotlivých oborů. Rozvoj přírodních věd a ohromný technický i technologický pokrok v tomto období znamenal výrazným způsobem i přírodovědné vzdělávání, které vycházelo z experimentálních poznatků jednotlivých vědních disciplín a kladlo důraz zejména na kognitivní oblast. Upřednostňován byl především přenos co největšího množství vědeckých poznatků do školské praxe, přičemž způsobem, jakými si žáci budou tyto poznatky osvojovat, byla věnována jen malá pozornost. V učebních osnovách bylo preferováno cyklické (spirálové) uspořádání učiva, které však velmi často vedlo ke zdvojování učiva, jež se probíralo v různých předmětech. Učební osnovy zejména v 50. letech 20. století kopírovaly systém sovětského školství (pětiletá národní škola a na ni navazující všeobecně vzdělávací škola zakončená maturitou), což znamenalo úplný odklon od integrované výuky. A to dokonce i na 1. stupni základních škol, kde mělo zařazení prvouky a vlastivědy již

svou dlouholetou tradici (Podroužek, 2002). V 60. letech 20. století se osnovy vrátily k našemu tradičnímu členění učebního plánu (na pětiletý první stupeň a čtyřletý druhý stupeň), z hlediska integrované výuky však nedošlo k žádným podstatnějším změnám.

Postupně (zejména pak po roce 1976, kdy byl přijat dokument „Další rozvoj československé výchovně vzdělávací soustavy“) se začíná řešit problém nepropojenosti jednotlivých poznatků z různých předmětů a aktuální se stává problematika mezipředmětových vazeb. Ačkoliv se objevují požadavky na vypracování systému integrujících prvků učiva všech příbuzných předmětů mezi dvojicemi předmětů i mezi všemi příbuznými předměty a s tím související požadavek vypracování koordinovaných učebních osnov jednotlivých předmětů a zpracování vhodných učebnic (Janás, 1985), hledání obsahových vztahů a souvislostí mezi tématy jednotlivých předmětů bylo ponecháno víceméně na samotných učitelích. Ti však jen velmi těžko mohli tento problém sami uspokojivě řešit, neboť zpravidla neznali obsah jiných předmětů. Pro toto období od konce 70. let do konce 80. let 20. století je určující tzv. **scientistické paradigma**, které ve výuce přírodovědných předmětů klade důraz na vysokou míru abstrakce, zevšeobecnění, matematizace a atomizace (Škoda, Doulík, 2009). Tento přístup pravděpodobně negativně poznamenal zájem žáků o přírodovědné vzdělávání a svou jednostrannou orientací na kognitivní cíle zřejmě přispěl i k malé oblíbenosti přírodovědných předmětů (zejména fyziky a chemie). Tento stav bohužel přetrvává u mnoha žáků i v současné době, což dokládají četné výzkumy provedené na našich školách v nedávné době (Kekule, Žák, 2010).

Od konce 80. let začínají vystupovat do popředí otázky trvale udržitelného rozvoje a problematika zodpovědného přístupu k využívání přírodních zdrojů (Škoda, Doulík, 2009). Scientistické paradigma je postupně zatlačováno do pozadí a v souvislosti s měnícím se klimatem ve společnosti (rozvoj informačních technologií, globalizace, omezenost přírodních zdrojů atd.) dochází k hledání nového paradigmatu. V našich zemích se tato problematika stává aktuální zejména po roce 1989, kdy dochází k otevření našeho školství zahraničním trendům a kdy je dána odborné i laické veřejnosti možnost konfrontovat český systém vzdělávání se systémy zahraničními a tím lépe identifikovat kladné i záporné stránky českého školství.

V roce 1991 byl vydán upravený „Učební plán a osnovy pro základní školy“, který přinesl významné uvolnění závaznosti učebních osnov. Učitelé tak mohli provádět úpravu učebních osnov a plánů, např. s ohledem na širší uplatňování vazeb a vztahů v učivu.

V dalším historickém vývoji má z hlediska integračních snah význam zejména učební program „Národní škola“, který byl schválen v roce 1997. Ten umožnil využívat jak tradičního systému učebních předmětů, tak i modifikovaného systému, který zavádí integrovanou výuku ve vybraných kognitivních a psychomotorických oblastech (Podroužek, 2002). Integrovaná výuka mohla být realizována prostřednictvím integrovaných učebních předmětů. Ty vytvářely v učebním plánu tzv. bloky (např. blok „Poznávání přírody“ integroval učivo přírodopisu, chemie a fyziky, blok „Technika“ integroval učivo z techniky, fyziky a chemie). Co se týče stupně integrace, bylo využíváno zejména konsolidování učiva (vnější integrace). U některých témat (např. „Vzduch“, „Voda v přírodě“, „Technika a lidstvo“ apod.) bylo využíváno i koncentrování učiva (vnitřní integrace).

Z výše uvedené stručné analýzy historického vývoje přírodovědného vzdělávání z hlediska využívání integrované výuky je patrné, že její zavádění na 2. stupni základních škol nemá u nás dlouhodobější tradici. Ukazuje se, že se v průběhu vývoje objevovala spíše jen dílčí řešení této problematiky, která preferovala zejména vnější

integraci s využíváním konsolidování učiva. Pouze v 30. letech 20. století (v období 1. republiky) byla u nás výraznějším způsobem otevřena a zkoumána problematika sjednocování učiva. Poté nebyla po několik desetiletí integrované výuce věnována téměř žádná pozornost. Až v 90. letech 20. století se znovu objevují požadavky na různé formy zavádění integrované výuky.

4 INTEGROVANÁ VÝUKA V DNEŠNÍ ČESKÉ ŠKOLE

Významný počín z hlediska zavádění integrované výuky představoval Národní program rozvoje vzdělávání v České republice (2001), ve kterém je formulován požadavek zavádění integrované výuky v našem základním školství a jsou v něm formulována hlavní doporučení umožňující jeho realizaci, např. tvorba integrovaných učebních textů, nové formy vzdělávání učitelů apod. Tato orientace na integrovanou formu výuky se opírá jednak o angloamerickou pedagogickou tradici, ale má i významné zázemí v některých asijských zemích s tradičně nejlepšími výsledky v mezinárodních výzkumech přírodovědné gramotnosti (např. Korejská republika, Japonsko) (Palečková, 2010).

Definice současného paradigmatu přírodovědného vzdělávání je dosud ve fázi hledání, a to zejména s ohledem na probíhající změny v českém vzdělávacím systému a také s ohledem na hledání nových cílů a koncepcí přírodovědného vzdělávání, což je záležitost celosvětová (Held, 2011). ¹Škoda a Doulík (2009) označují toto soudobé **paradigma** jako **multidisciplinární**, což vychází zejména ze současné multidisciplinarity (nejen) přírodních věd. S hledáním nového paradigmatu je neoddelitelně spojena i problematika hledání klíčových pojmů a stěžejních témat, která by umožňovala propojování, resp. integraci různých vzdělávacích obsahů do komplexnějších celků, jež mají interdisciplinární charakter (Pintó, 2005). Zároveň s tím roste důraz na rozvoj dovedností používat metody vědeckého zkoumání (¹Papáček, 2010; Nezvalová, 2010).

Integrační trendy v přírodovědném vzdělávání a s tím spojené snahy o multidisciplinární přístup se stále více uplatňují i na úrovni povinného všeobecného základního vzdělávání v českých školách, a to jak na primárním stupni vzdělávání (ISCED1), tak i na nižším stupni sekundárního vzdělávání (ISCED2). Tyto tendence podporují i nově koncipované rámcové vzdělávací programy. Multidisciplinarity a integraci podporuje na úrovni ISCED2 zejména zavádění průřezových témat z RVP ZV do osnov vyučovacího předmětu, resp. vzdělávací oblasti. Zvláště environmentální výchova představuje oblast s největším průnikem učiva jednotlivých přírodovědných předmětů zahrnutých do vzdělávací oblasti Člověk a příroda.

RVP ZV tak může pro některé školy a jejich učitele představovat výzvu pro zavádění principů integrované výuky do školní praxe. Jednak mohou být vytvářeny vyučovací předměty prostřednictvím integrace vzdělávacích obsahů více vzdělávacích oborů, jednak RVP ZV též umožňuje integraci vzdělávacího obsahu na úrovni jednotlivých témat, tematických okruhů, případně vzdělávacích oborů. Přírodovědné předměty navíc k integraci přímo vybízejí, neboť jsou si velmi blízké v metodách a prostředcích, které používají ke zkoumání přírody (pozorování, měření a experimenty, pojmy, hypotézy, modely a teorie apod.).

Důvodem k častější frekvenci využívání integrace může být i větší vzdělávací efektivita takto pojaté výuky. Ta je dána vyšší mírou propojenosti poznatků, které umožňují celistvější pohled na svět, a také zvýšením praktického zaměření výuky. Integrace učebních předmětů může tedy přinášet nejen efektivnější využití času ve

výuce, ale i častější využívání netradičních forem a metod výuky zaměřených na aktivní činnost žáků. Kromě ekonomických hledisek se tedy uplatňují i hlediska větší efektivity vzdělávání a zvýšení motivace žáků.

Na druhé straně je třeba uvážit i negativa, která jsou s integrací spojena. Jedná se zejména o zachování poměru kvantity a kvality předávaných poznatků a informací v obsahu jednotlivých předmětů a o zachování přirozené celistvosti a propojenosti různých pohledů na studovanou skutečnost u jednotlivých témat. Výběr témat musí být řádně promyšlen a analyzován, aby nedocházelo k určité povrchnosti ve vybraných vědomostech a dovednostech žáků, na které bude navazovat jejich další studium (Podroužek, 2002).

5 PŘÍPRAVA UČITELŮ V ČESKÉ REPUBLICE

Z toho, co bylo uvedeno výše, se může zdát, že zavádění integrované výuky do našich základních škol nestojí téměř nic v cestě. Praktická realizace tohoto způsobu výuky však aktuálně naráží na řadu omezení a překážek. Jedním z klíčových problémů, který je třeba v této souvislosti řešit, je pregraduální i postgraduální příprava učitelů, kteří by byli dostatečně kvalifikováni pro tento způsob výuky.

Současný systém pregraduální přípravy učitelů spočívá v České republice obvykle v dvouaprobační specializaci. Odborná znalost předmětu, resp. předmětů, je bezesporu základním cílem učitelské přípravy. Často je to však spojeno s rizikem, že se učitelé soustředí pouze na vlastní obor (resp. obory), což vede zpravidla k roztržitosti výuky a také k někdy zbytečnému zdvojování předávaných poznatků v předmětech vyučovaných různými vyučujícími. Příprava budoucích učitelů by proto měla být vedena tak, aby byl učitel již od počátku veden k týmové práci i k mezipředmětové spolupráci.

Také tradiční pojetí oddělených oborových didaktik neodpovídá moderním trendům ve výuce přírodovědných předmětů, které zejména na úrovni nižšího sekundárního vzdělávání (ISCED2) směřují k integraci. V jednotlivých oborových didaktikách přírodovědných předmětů lze nalézt velké množství společných problémů, které spadají do oblasti přírodovědné gramotnosti, metodologie přírodních věd, metod výzkumu a evaluace ve vyučování přírodních věd atd. Zásadní roli také hraje vhodné vymezení klíčových kompetencí, které do značné míry určují koncepci přírodovědného vzdělání (Held, 2011).

Aktuální se proto stává problematika konstituování didaktiky přírodovědy jako mezioborové didaktiky. Didaktika přírodovědy by podle Trny (2005) měla být „mezioborovou didaktickou disciplínou, která zastřešuje skupinu příbuzných oborových přírodovědných didaktik: didaktiky biologie a geologie, fyziky, chemie a geografie“. Didaktika přírodovědy by však neměla být pouhým sjednocením poznání jednotlivých oborových přírodovědných didaktik, ale měla by přinášet novou kvalitu, založenou na koordinaci, integraci a zobecnění poznání (Trna, 2005). Důležitým krokem je též zařazení didaktiky přírodovědy do přípravy budoucích učitelů, což by mělo vést ke zkvalitnění a zefektivnění výuky na fakultách připravujících budoucí učitele.

S přípravou učitelů na integrovanou výuku u nás však nejsou téměř žádné zkušenosti. I když na některých fakultách připravujících učitele byly již podniknuty určité konkrétní kroky tímto směrem, např. na Pedagogické fakultě MU v Brně (Trna, 2005), Přírodovědecké fakultě UP v Olomouci (^{1,2}Nezvalová, 2007), Přírodovědecké fakultě UJEP v Ústí nad Labem (Hejnová, 2007), nejedná se dosud o „standardní“ přípravu našich budoucích učitelů.

V tomto směru se jako inspirativní jeví modely přípravy učitelů z německy mluvících zemí (Německo, Rakousko), které jsou nám svou tradicí bližší. Např. v Bavorsku jsou učitelé na univerzitách v současné době připravováni v troj- nebo i čtyřkombinaci, s možností volby dalšího předmětu (Bílek, 2008). Na 2. stupni základní školy (Hauptschule) je v Bavorsku vyučován integrovaný předmět „Přírodověda“, ve kterém je zahrnuto učivo fyziky, chemie a biologie. Podobná praxe je zavedena v Německu i v jiných spolkových zemích (např. v Dolním Sasku).

6 VÝZKUMY POSTOJŮ UČITELŮ NA ZÁKLADNÍCH ŠKOLÁCH V ČESKÉ REPUBLICE K INTEGROVANÉ VÝUCE PŘÍRODOVĚDNÝCH PŘEDMĚTŮ

Jak vyplývá z výzkumů, které byly u nás v nedávné době provedeny, sami učitelé se k možnosti integrace výuky přírodovědných předmětů staví značně rezervovaně. V roce 2006 byl proveden dotazníkový průzkum u více než 70 učitelů přírodovědných předmětů z Ústeckého, Libereckého a Moravskoslezského kraje (Škoda, Doulík, 2007). I když nelze tento výběr učitelů považovat za zcela reprezentativní (nebyli v něm zastoupeni učitelé ze všech krajů v České republice), leccos tento průzkum naznačuje. Vyplývá z něho například, že 80 % respondentů při výuce přírodovědných předmětů na 2. stupni základních škol klade větší důraz na mezipředmětové vztahy, případně integrovanou výuku některých vybraných témat. Pro plnou integraci se vyslovilo pouze 12 % učitelů. Výsledky dotazníkového průzkumu nejsou nijak překvapivé a jsou důsledkem několika skutečností, které jsme zmínili výše – pregraduální příprava učitelů ve dvou aprobačních předmětech, dlouholetá tradice výuky samostatných předmětů, absence obecné metodologie přírodovědného poznání a absence vhodných učebnic i dalších metodických materiálů pro učitele.

Abychom zjistili aktuální postoje a potřeby učitelů ohledně integrované výuky, provedli jsme v druhé polovině roku 2010 vlastní dotazníkový průzkum mezi učiteli z druhého stupně základních škol a nižšího stupně víceletých gymnázií. I když výběrový soubor také nelze považovat za reprezentativní, a to jak s ohledem na zastoupení učitelů jen z některých krajů, zejména z Ústeckého kraje, tak i s ohledem na jeho rozsah (soubor zahrnoval 26 respondentů), získali jsme některé zajímavé informace, které je možné využít v dalších úvahách o možnostech řešení stávající situace.

Dotazník, který jsme zadávali, obsahoval 14 položek. V úvodní části dotazníku byli učitelé stručně informováni o účelu průzkumu. Položky dotazníku lze rozdělit do tří částí.

V první položce, která byla rozsáhlejší a tvořila první část dotazníku, jsme se učitelů ptali, jaké formě integrace výuky přírodovědných předmětů by dali ve své škole přednost (bez ohledu na to, zda k tomu v současné době mají vytvořeny podmínky). 88 % učitelů (23 z 26) odpovědělo, že jsou pro zachování samostatných předmětů s větším důrazem na mezipředmětové vazby a se zařazením projektové výuky. Většina z nich (69 %, tj. 18 z 26 respondentů) by navíc ještě zařadila integrovanou výuku některých vybraných témat. Tento výsledek tedy velmi úzce koresponduje se závěry výzkumu, který prováděli Škoda a Doulík v roce 2006. I v našem průzkumu se vyslovilo pro plnou integraci pouhých 12 % respondentů (3 z 26).

Druhá část dotazníku zahrnovala 7 škálových položek s možností doplnění i jiných typů odpovědí, než byly ty, ze kterých si respondenti mohli vybrat. Učitelé

své odpovědi ke každému bodu položky vybírali ze čtyřstupňové škály („rozhodně ne“, „spíše ne“, „spíše ano“, „určitě ano“). Tuto škálu jsme volili úmyslně se sudým počtem stupňů, aby respondent byl nucen k rozhodnutí, které se přiklánělo k jednomu z krajních bodů škály. Do škály jsme tedy nezařazovali odpověď, která by představovala neutrální rozhodnutí („ani ano, ani ne“, „nevím“ atd.).

Zajímavé jsou závěry, které z této druhé části dotazníku vyplynuly:

1. 69 % učitelů (tj. 18 respondentů z 26, kteří volili odpověď „spíše ano“ nebo „určitě ano“) si myslí, že by učitelé pro 2. st. ZŠ měli být v rámci vysokoškolského studia připravováni ve víceoborových kombinacích (3 až 4 předměty – Fy, Che, Geo, Bi).
2. 69 % (18 z 26) učitelů uvedlo, že někdy uvažovalo o rozšíření své aprobace o další přírodovědný předmět. Protože jsme se dotazovali zejména učitelů, kteří měli ve své aprobaci fyziku, nejčastěji uváděnými předměty byly biologie a chemie.
3. 81 % (21 z 26) učitelů by uvítalo kurzy (např. v rámci celoživotního vzdělávání) zaměřené na integrovanou výuku vybraných témat. Co se týče představ o těchto kurzech, učitelé nejčastěji měli zájem o každoměsíční setkání, na kterých by mohli získat informace o námětech na projektovou výuku, o možnostech a způsobech výkladu integrování témat a o mezipředmětových vazbách. Přivítali by také praktické ukázky integrované výuky a setkání s učiteli, kteří integrovanou výuku realizují (příklady dobré praxe).
4. 69 % (18 z 26) respondentů uvedlo, že jim pro integrovanou výuku chybí dostatek materiálů. Učitelé by přivítali zejména náměty na projekty, pracovní listy, úlohy s mezipředmětovou tematikou, materiály na interaktivní tabuli a učebnice pro integrovanou výuku.
5. Odpovědi na poslední čtyři položky ve druhé části dotazníku úzce souvisely s tím, co učitelé uvedli ohledně nedostatku vhodných materiálů pro integrovanou výuku. Z vyhodnocení těchto položek vyplynulo, že pouze 12 % učitelů zařazuje do své výuky projekty většího rozsahu (zahrnující více předmětů), úlohy s mezipředmětovou tematikou zařazuje do výuky 54 % učitelů, interaktivní tabuli využívá ve výuce přírodovědných předmětů 20 % učitelů a učebnice pro integrovanou výuku (z nakladatelství Fraus) používá 28 % učitelů.

Poslední část dotazníku (5 položek) byla věnována zjišťování údajů o respondentech. Z celkového počtu 26 respondentů bylo 85 % žen a 15 % mužů. 38 % učitelů spadalo do věkové kategorie 40–49 let, 27 % učitelů do věkové kategorie 30–39 let. Výběr respondentů tvořili účastníci Letní školy učitelů matematiky a fyziky (50 %), další polovina učitelů byla oslovena prostřednictvím e-mailu nebo osobně. Vesměs se jednalo o zkušenější učitele, délka jejich pedagogické praxe činila v průměru 8 let. Většina respondentů (77 %) působí v Ústeckém kraji.

Shrňme nyní ve stručnosti závěry, které z výše uvedených dotazníkových šetření vyplynuly, a ukažme i některá možná řešení.

- Z dotazníkového průzkumu vyplynulo, že učitelé mají poměrně výrazný zájem o rozšíření své aprobace o další aprobační předmět. Podobné závěry vyplynuly i z šetření, které provedli Bílek a Králíček (2007). Protože na žádné z našich fakult připravujících učitele není standardně možná příprava ve víceoborových kombinacích, mohla by být problematika nedostatečné připravenosti učitelů

pro výuku dalších přírodovědných předmětů řešena např. formou rozšiřujícího studia, v jehož rámci by si učitelé mohli doplnit svoji aprobaci o další předmět. Možné by bylo též uvažovat o doškolení dvouoborového učitele v rámci postgraduální přípravy na učitele celé vzdělávací oblasti Člověk a příroda tak, jak to navrhuje Trna (2005). Druhá cesta se ale jeví po všech stránkách náročnější, a to zejména v těch případech, kdy učitelé nemají druhý aprobační předmět z oblasti přírodních věd. Tato druhá cesta je však podpořena výsledky rozhovorů, které prováděli s učiteli Bílek a Králíček (2007). Vyplynulo z nich, že pro tvorbu školního vzdělávacího programu ve vzdělávací oblasti Člověk a příroda by byl nejlépe připraven učitel s komplexním přírodovědným vzděláním (tedy ne pouze učitel, který je aprobován pro dva či více oborů).

- Učitelé také postrádají možnost pravidelných setkání (např. cyklus seminářů v rámci dalšího vzdělávání učitelů), na kterých by si mohli v oblasti integrované výuky doplnit své vzdělání. Jako nejúčinnější podpora pro profesní rozvoj učitelů by se v tomto případě jevila výměna příkladů nejlepší praxe (akce typu „vzdělavatelé sami sobě“, jak se o tom v podobné souvislosti zmiňuje ²Papáček (2010)).
- Učitelé výrazně pociťují nedostatek vhodných metodických materiálů i učebních textů pro integrovanou výuku. Kromě série publikací z nakladatelství Fraus (v tomto případě se jedná o překlad publikací z nakladatelství Cornelien, které byly vytvořeny v rámci bavorského projektu „Natur und Technik“) nejsou na českém knižním trhu téměř žádné původní učební texty, ve kterých by byla zpracována vybraná integrovaná témata, jež by zahrnovala i náměty na projekty či laboratorní práce (včetně pracovních listů).

7 ZÁVĚR

Z analýzy, která byla v článku provedena, vyplývá, že v současné době brání zavádění integrované výuky přírodovědných předmětů do českých škol zejména pregraduální příprava učitelů, jež je zpravidla zaměřena na dva předměty, chybící postgraduální vzdělávání učitelů v této problematice, nedostávající se metodické materiály a učební texty, jejichž koncepce by vycházela z integrovaného kurikula. K nepříznivé situaci přispívá i chybící dlouhodobější tradice integrovaného pojetí výuky a z toho plynoucí nedůvěra našich odborníků, učitelů a širší veřejnosti k této formě výuky. Kromě toho zavádění integrované výuky u nás není komplexněji a systematictěji řešeno jak na výzkumné, tak na praktické úrovni (výjimkou je pouze projekt „Konstruktivismus a jeho aplikace v integrovaném pojetí přírodovědného vzdělávání“, řešený v letech 2005 až 2007 (^{1,2}Nezvalová, 2007)). Nepominutelný je v našem školství i nedostatek finančních prostředků, které jsou nezbytné pro realizaci výše uvedených změn.

V konfrontaci s trendy v přírodovědném vzdělávání ve vyspělých evropských i zámořských zemích se však jeví změna v našem přírodovědném vzdělávání, i přes všechny výše uvedené překážky, jako nevyhnutelná a nezbytná, pokud máme v konkurenci těchto zemí skutečně obstát. Zhoršující se výsledky našich žáků v mezinárodním výzkumu PISA tuto skutečnost již nějakou dobu signalizují (Palečková, 2010). Zároveň tento výzkum také naznačuje, že úspěšnější jsou v tomto výzkumu spíše země s integrovanou výukou (Straková, 2002).

Ze zahraničních zkušeností navíc vyplývá, že integrovaná výuka přírodovědných předmětů může přinášet některá významná pozitiva. Jedná se zejména o zvýšení

motivace žáků k učení a zlepšení jejich vztahu k přírodovědným předmětům, jejichž obliba je u našich žáků stále velmi malá. Nepominutelná je též možná úspora času při integrovaném způsobu výuky, neboť nedochází k nechtěnému zdvojování učiva, jak tomu často bývá, pokud se vyučují jednotlivé samostatné předměty. Uspořené čas by pak bylo možné věnovat tolik potřebnému experimentování (např. badatelsky orientovanému učení). Žáci se navíc prostřednictvím integrované výuky neučí izolovaným informacím, ale mohou snáze dospívat ke skutečnému poznání světa, neboli „vědění“, které podle Liessmanna (2008) „umožňuje nejen odfiltrovat z množství dat ta, která mají informační hodnotu“, ale také k vědění jako formě prozkoumávání světa – jeho poznávání, chápání a porozumění.

LITERATURA

BÍLEK, M., KRÁLÍČEK, I. Názory učitelů přírodovědných předmětů na rozšiřování aprobace. In Bílek, M., Králíček, I., Volf, I. (ed.), *Rozšiřující studium učitelství přírodovědných předmětů. Náměty, souvislosti a návrhy realizace*. Hradec Králové : Gaudeamus, 2007, s. 63–70.

¹BÍLEK, M. Zájem žáků o přírodní vědy jako předmět výzkumných studií a problémy aplikace jejich výsledků v pedagogické praxi. In *Acta Didactica 2/2008*. Nitra : FPV UKF, 2008. [on-line] 2011 [cit. 2011–10–09].

Dostupné z : http://lide.uhk.cz/prf/ucitel/bilekma1/ukfdch/Acta_Zajem.pdf
ISSN 1337-0073.

²BÍLEK, M., RYCHTERA, J., SLABÝ, A. *Integrovaná výuka přírodovědných předmětů*. 1. vyd. Olomouc : UP, 2008. 47 s. ISBN 978-80-244-1881-0.

Eurydice (2006) *Výuka přírodovědných předmětů ve školách v Evropě (Koncepte a výzkum)*. Praha : ÚIV, 2008. ISBN 978-92-79-06101-1.

HEJNOVÁ, E. Příprava učitelů přírodovědných předmětů na Přírodovědecké fakultě UJEP. In *Moderní trendy v přípravě učitelů 3*. Sborník. Plzeň : Západočeská univerzita v Plzni, 2007, s. 115–118. ISBN 978-80-7043-603-5.

HELD, Ľ. Konfrontácia koncepcií prírodovedného vzdelávania v Európe. In *Scientia in educatione*, 2011, roč. 2, č. 1, s. 69–79. ISSN 1804-7106.

JANÁS, J. *Mezipředmětové vztahy a jejich uplatňování ve fyzice a chemii na základní škole*. Brno : UJEP, 1985. 87 s.

KEKULE, M., ŽÁK, V. Postoje žáků k výuce fyziky v České republice – vybrané výsledky. *Scientia in educatione*, 2010, roč. 1, č. 1, s. 51–71. ISSN 1804-7106.

KOVALIKOVÁ, S. *Integrovaná tematická výuka*. Kroměříž : Spirála, 1995. 304 s. ISBN 80-9018-731-5.

LEPIL, O. Integrovaný model přírodovědného vzdělávání. In *Konstruktivismus a jeho aplikace v integrovaném pojetí přírodovědného vzdělávání (Úvodní studie)*. 1. vyd. Olomouc : UP, 2006. Kapitola 5, s. 61–66. ISBN 80-244-1258-6.

LISSMANN, K. P. *Teorie nevzdělanosti*. Praha : ACADEMIA, 2008. 125 s. ISBN 978-80-200-1677-5.

Národní program rozvoje vzdělávání v České republice – Bílá kniha. Praha : ÚIV – Tauris, 2001. 98 s. ISBN 80-211-0372-8.

- ¹NEZVALOVÁ, D. *Projekt didaktického systému integrované výuky přírodovědných předmětů (biologie, fyziky, chemie)*. 1. vyd. Olomouc : UP, 2007. 115 s. ISBN 978-80-244-1791-2.
- ²NEZVALOVÁ, D. *Počáteční vzdělávání učitelů přírodovědy*. 1. vyd. Olomouc : UP, 2007. 63 s. ISBN 978-80-244-1787-5.
- NEZVALOVÁ, D. a kol. Badatelsky orientované přírodovědné vzdělávání. In *Inovace v přírodovědném vzdělávání*. 1. vyd. Olomouc : UP, 2010, kapitola 3, s. 55–67. ISBN 978-80-2540-5.
- PALEČKOVÁ, J., TOMÁŠEK, V., BASL, J. *Hlavní zjištění výzkumu PISA 2009. Umíme ještě číst?* Praha : ÚIV – Tauris, 2010. 51 s. ISBN 978-80-211-0608-6.
- ¹PAPÁČEK, M. Badatelsky orientované přírodovědné vyučování – cesta pro biologické vzdělávání generací Y, Z a alfa? *Scientia in educatione*, 2010, roč. 1, č. 1, s. 33–49. ISSN 1804-7106.
- ²PAPÁČEK, M. Limity a šance zavádění badatelsky orientovaného vyučování přírodopisu a biologie v České republice. In PAPÁČEK, M. (ed.). *Didaktika biologie v České republice 2010 a badatelsky orientované vyučování (DiBi 2010)*. Sborník příspěvků semináře, 25. a 26. březen 2010, Pedagogická fakulta Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích, s. 145–162. [on-line] 2010 [cit. 2010–10–05]. Dostupné z: <http://www.pf.jcu.cz/stru/katedry/bi/DiBi2010.pdf> ISBN 978-80-7394-210-6.
- PINTÓ, R. Introducing curriculum innovations in science: Identifying teachers' transformations and the design of related teacher education. *Science Education*, 2005, vol. 89, no. 1, s. 1–13. ISSN 0036-8326.
- PODROUŽEK, L. *Integrovaná výuka na základní škole*. 1. vyd. Plzeň : Fraus, 2002. 96 s. ISBN 80-7238-157-1.
- PRŮCHA, J., WALTEROVÁ, E., MAREŠ, J. *Pedagogický slovník*. 3. rozšířené a aktualizované vydání. Praha : Portál, 2001. 87 s. ISBN 80-7178-252-1.
- Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. [on-line] poslední revize 1. 9. 2010 [cit. 2011–07–27]. Dostupné z: <http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPZV-pomucka-ucitelum.pdf>
- STRAKOVÁ, J. *Vědomosti a dovednosti pro život (Čtenářská, matematická a přírodovědná gramotnost patnáctiletých žáků v zemích OECD)*. Praha : ÚIV – Tauris, 2002. 111 s. ISBN 80-211-0411-2.
- ŠKODA, J. *Současné trendy v přírodovědném vzdělávání*. 1. vyd. Ústí n. L. : Univerzita J. E. Purkyně, 2005. 211 s. ISBN 80-7044-696-X.
- ŠKODA, J., DOULÍK, P. Jaké možnosti přináší RVP ZV pro přírodovědné vzdělávání? In CHUPÁČ, A. (ed.) *Člověk a příroda*. Sborník příspěvků z mezinárodní elektronické konference. Ústí n. L. : Univerzita J. E. Purkyně, 2007, s. 6–29. ISBN 978-80-7044-918-9.
- ¹ŠKODA, J., DOULÍK, P. Vývoj paradigmat přírodovědného vzdělávání. *Pedagogická orientace*, 2009, roč. 19, č. 3, s. 24–44. ISSN 1211-4669.
- ²ŠKODA, J., DOULÍK, P. Perspektivy oborových didaktik. In *Aktuální problémy vybraných oborových didaktik*. 1. vyd. Ústí n. L. : Univerzita J. E. Purkyně, 2009. 235 s. ISBN 978-80-7414-169-0.

TRNA, J. Didaktika přírodovědy a rámcové vzdělávací programy. In *Moderní trendy v přípravě učitelů fyziky 2*. Plzeň : ZČU, 2005, s. 160–166. ISBN 80-7043-418-X.

Vzdělávací program Národní škola. 1. vyd. Praha : SPN, 1997. 162 s. ISBN 80-04-26683-5.

PODĚKOVÁNÍ

Príspevek vznikl s podporou projektu „To je věda, seznámete se – podpora systematické práce s žáky a studenty v oblasti vědy, výzkumu a vývoje“, reg. č. CZ.1.07/2.3.00/09.0121. Tento projekt je spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu České republiky. Tento projekt je součástí IPRM Ústí n. L. – Centrum.

Eva Hejnová – E-mail: eva.hejnova@ujep.cz
Univerzita J. E. Purkyně, Přírodovědecká fakulta
katedra fyziky
České mládeže 8, 400 96 Ústí nad Labem, Česká republika

Seznamte se: European Society for Research in Mathematics Education (ERME)

Jarmila Novotná, Naďa Stehlíková

Abstrakt

Článek seznamuje čtenáře s evropskou organizací ERME, která byla založena v roce 1997 s cílem mapovat a do jisté míry koordinovat evropské výzkumy v didaktice matematiky. V této organizaci jsou již od jejího založení aktivní i čeští badatelé. Podrobněji jsou popsány vědecké konference a akce pro mladé badatele, které Společnost organizuje.

Klíčová slova: mezinárodní organizace, didaktika matematiky, ERME, podpora výzkumu, vyučování.

Meet European Society for Research in Mathematics Education (ERME)

Abstract

The article concerns the European organisation of ERME which was founded in 1997 with the goal to map and to a certain extent coordinate European research in mathematics education. The Czech researchers have been active in this organisation since its very beginning. Scientific conferences and activities for young researchers which are organised by the Society are described in more detail.

Key words: international research organisation, mathematics education, support of research, teaching, ERME.

ÚVOD

V květnu 1997 se v Osnabrücku konalo setkání zástupců šestnácti evropských zemí, mezi nimiž byla i Česká republika. Cílem setkání bylo dokončení příprav založení nové asociace, ERME (*European Research in Mathematics Education, Evropská společnost pro výzkum matematického vzdělávání*), o jejímž vzniku bylo rozhodnuto na zasedání evropských didaktiků matematiky na ICME 8 v Seville v roce 1996. Založení ERME se připravovalo několik let. Už v roce 1995 v Osnabrücku v Německu, na konferenci *European Research Conference on the Psychology of Mathematics Education*, bylo její založení silně podporováno. ERME měla být evropskou protiváhou IGPME (*International Group of Psychology of Mathematics Education*), která byla v té době hodně orientována na americký výzkum a nenavazovala na evropské tradice výzkumu v didaktice matematiky. Hlavními iniciátory hnutí za vytvoření ERME byli francouzští a němečtí kolegové, kteří však rychle našli spolupracovníky v řadě dalších evropských zemí.

Účastníci setkání v roce 1997 se dohodli na základních úkolech asociace, kterými byly:

- a) organizace konferencí, seminářů, letních škol apod., koordinace s dalšími světovými organizacemi při pořádání akcí;
- b) podpora rozvoji evropské spolupráce na společných tématech;
- c) zajištění dostupnosti informací (sítě, webovské stránky apod.);
- d) podpora doktorandského studia a zajištění mezinárodní spolupráce při přípravě budoucích vědců v oboru didaktika matematiky.

V srpnu téhož roku se v Poděbradech konala přípravná konference společnosti, ERCME 97 (*European Research Conference on Mathematical Education*), kterou organizovala Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy v Praze. V programovém výboru konference působili významní odborníci v didaktice matematiky z devíti evropských zemí. Program konference zahrnoval plenární přednášky, tři tematické skupiny (*Culture and thinking, Understanding and cognitive mechanisms, Information technologies*), tři pracovní dílny (*Constructing knowledge, Methodology, Teaching units*) a posterovou sekci. ERCME 97 lze bez pochyby označit jako událost, na níž ERME opravdu vznikla.

Společnost vede tzv. ERME Board (Výbor), který je volen členy Společnosti na základě předem daných pravidel tak, aby každý region Evropy v něm měl své zastoupení. Funkční období členů výboru je 6 let.

CÍLE ERME

V úvodu Manifestu ERME se zdůrazňuje cíl asociace *rozvíjet „tři c“* (*communication, collaboration, co-operation*), tedy komunikace, spolupráce a, řekněme, součinnost v oboru didaktika matematiky. Tedy Společnost podporuje zejména kooperativní aktivity badatelů na společných tématech s cílem identifikovat výzkumné otázky, které jsou zajímavé nad rámec lokálního kontextu, snaží se dát dohromady badatele, kteří se tématům věnují, a tak dospět k hlubším výsledkům, než kdyby

byl výzkum prováděn pouze na lokální úrovni. Společnost se též orientuje na cíle-
nou podporu mladých badatelů. Dosáhnout těchto cílů společnost plánuje zejména
prostřednictvím svých konferencí CERME (konají se každé dva roky), letních škol
pro mladé badatele, webovských stránek a sborníků z konferencí.

ERME KONFERENCE (CERME)

Počínaje svým prvním ročníkem je vědecký program konferencí CERME organi-
zován netradiční formou. Programový výbor konference složený ze zástupců evrop-
ských zemí rozhodne o tom, které pracovní skupiny (Working groups) budou v rámci
konference organizovány, a osloví případné vedoucí. Ti si pak k sobě vyberou 2 až
3 spolupracovníky, kteří s nimi zajistí recenzní řízení, zorganizují práci během konfe-
rence a následně připraví příspěvky do sborníku. Přitom je dodržována zásada, aby
vedoucí skupin a jejich spolupracovníci byli renomovaní badatelé v dané oblasti,
aby bylo zastoupeno co nejvíce zemí Evropy a konečně, aby se této práci účastnili
i mladí badatelé.

Každý účastník si již před konferencí zvolí, ve které pracovní skupině bude sta-
bilně pracovat. V dostatečném předstihu pak dostane všechny příspěvky, které prošly
náročnou recenzí, a předpokládá se, že si je prostuduje. Během konference nepro-
bíhají klasické prezentace, pozornost se věnuje diskusi o přijatých příspěvcích. To
umožňuje skutečně hlubokou reflexi každého tématu, která přináší nejen zpětnou
vazbu pro autora příspěvku, ale zpravidla vede i k hlubšímu pochopení zkouma-
ného problému. Tento způsob práce, od první konference CERME členy ERME
mnohokrát diskutovaný a vylepšovaný, odlišuje CERME od ostatních, tradičněji
zaměřených konferencí o didaktice matematiky.

Kromě práce v pracovních skupinách konference obsahují i plenární přednášky
a panely renomovaných odborníků nejen z Evropy a prezentaci posterů.

Dosud proběhlo sedm konferencí CERME, druhá z nich se konala v roce 2001
i v České republice, konkrétně v Mariánských Lázních. Ze všech konferencí byly
sestaveny sborníky, které jsou k dispozici zdarma v elektronické podobě. Sborníky
slouží jako základní referenční zdroje pro každého badatele v didaktice matema-
tiky, který se chce orientovat v daném tématu a zjišťuje, na co může ve své práci
navazovat.

Pro zajímavost se podívejme na seznam pracovních skupin, které se konaly
v rámci zatím poslední konference CERME (viz <http://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/>):
argumentace a důkaz, číselné obory a aritmetika, algebraické myšlení, vyučování
a učení se geometrii, stochastické myšlení, aplikace a modelování, matematická tvo-
řivost a talent, afekt a matematické myšlení, matematika a jazyk, kulturní diverzita
a didaktika matematiky, komparativní studie v didaktice matematiky, historie a di-
daktika matematiky, počáteční vzdělávání v matematice, matematika na univerzitní
úrovni, technologie a další zdroje v didaktice matematiky, různé teoretické perspek-
tivy a přístupy ve výzkumu v didaktice matematiky, od studia výukových praktik
k tématům v přípravě učitelů.

YERME DAY & YESS (YERME SUMMER SCHOOLS)

Jak již bylo řečeno, Společnost věnuje velkou pozornost výchově mladých badatelů
v didaktice matematiky. Základním prostředkem jsou tzv. dny YERME, organizo-
vané dva dny před konferencí CERME, a letní školy YESS organizované po sedm

dnů v létě toho roku, kdy se nekoná CERME. Podobně jako CERME, i zde je organizace programu specifická. Mladí badatelé, vesměs doktorandi, pracují ve stálých pracovních skupinách vedených renomovanými badateli, přičemž se diskutují přímo jejich výzkumné projekty. Těchto akcí se pravidelně účastní i čeští doktorandi a vždy se vracejí s pocitem, že diskuse a zpětná vazba jejich výzkumy významně posunula. Počet účastníků obou akcí je omezený, aby byly diskuse skutečně přínosné a aby se každému účastníkovi a jeho výzkumnému tématu dostalo dostatečné pozornosti.

ZÁVĚR

Členem ERME se může stát každý badatel, kdo chce přispět k rozvoji evropské didaktiky matematiky. Další informace může případný zájemce získat na webu Společnosti (<http://www.erne.unito.it/index.php>). Účast na konferencích CERME lze doporučit každému, kdo se aktivně účastní výzkumu v didaktice matematiky.

doc. RNDr. Jarmila Novotná, CSc., doc. RNDr. Naďa Stehlíková, Ph.D. – E-mail: jarmila.novotna@pedf.cuni.cz, nada.stehlikova@pedf.cuni.cz
Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, M. D. Rettigové 4, 116 39 Praha 1, Česká republika

Scientia in educatione

*Vědecký recenzovaný časopis pro oborové didaktiky
přírodovědných předmětů a matematiky
Scientific Journal for Science and Mathematics Educational Research*

Vydává Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta
<http://www.scied.cz>

Vedoucí redaktorka (UK v Praze)

doc. RNDr. Naďa Stehlíková, Ph.D.

Redakce (UK v Praze)

prof. RNDr. Pavel Beneš, CSc.

doc. RNDr. Leoš Dvořák, CSc.

doc. RNDr. Jarmila Novotná, CSc.

RNDr. Vasilis Teodoridis, Ph.D.

Členové redakční rady

prof. RNDr. Hana Čtrnáctová, CSc. (Univerzita Karlova v Praze)

RNDr. Eva Hejnová, Ph.D. (Univerzita J. E. Purkyně, Ústí nad Labem)

doc. Ph.Dr. Alena Hošpesová, Ph.D. (Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích)

RNDr. Alena Kopáčková, Ph.D. (Technická univerzita v Liberci)

Ph.Dr. Magdalena Krátká, Ph.D. (Univerzita J. E. Purkyně, Ústí nad Labem)

PaedDr. Svatava Kubicová, CSc. (Ostravská univerzita v Ostravě)

prof. RNDr. Ladislav Kvasz, Dr. (Univerzita Karlova v Praze)

prof. RNDr. Danuše Nezvalová, CSc. (Univerzita Palackého v Olomouci)

prof. RNDr. Miroslav Papáček, CSc. (Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích)

RNDr. Lenka Pavlasová, Ph.D. (Univerzita Karlova v Praze)

RNDr. Vladimír Přívratský, CSc. (Univerzita Karlova v Praze)

RNDr. Jarmila Robová, CSc. (Univerzita Karlova v Praze)

doc. RNDr. Josef Trna, CSc. (Masarykova univerzita v Brně)

Zahraníční členové redakční rady

prof. RNDr. Ján Pišút, Dr.Sc. (Univerzita Komenského v Bratislavě, SR)

prof. Dr. Gorazd Planinšič, Ph.D. (Univerza v Ljubljani, Slovinsko)

dr hab. prof. UR Ewa Swoboda (Uniwersytet Rzeszowski, Polsko)

Adresa redakce

Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta (Naďa Stehlíková)

M. D. Rettigové 4, 116 39 Praha 1

e-mail: scied@pedf.cuni.cz

Pokyny pro autory jsou uvedeny na <http://www.scied.cz>.

Sazbu v systému L^AT_EX zpracoval Miloš Brejcha, Vydavatelský servis, Plzeň.
Logo navrhl Ivan Špirk.